

# **Doktorantūros ataskaita**

**Mindaugas Kepalas (III kursas, II semestras)**

2023-09-23

# Doktorantūros suvestinė

*Doktorantas*

**Mindaugas Kepalas**

*Disertacijos tema*

**Optimalus vietų išdėstymas tinkle**

*Doktorantūros vadovas*

**prof. dr. (HP) Julius Žilinskas**

*Doktorantūros laikotarpis*

**2020 spalio 1 d. — 2024 rugsėjo 30 d.**

*Kursas, semestras*

**III kursas II semestras**

# Studijų plano suvestinė

Studijų metai	Egzaminai		Dalyvavimas konferencijose		Publikacijos		
	Planas	Įvykdyta	Planas	Įvykdyta	Planas	Įvykdyta	Būklė
I (2020/2021)	2	2					
II (2021/2022)	2	2	1	2			
<b>III (2022/2023)</b>			<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>Ruošiamas</b>
IV (2023/2024)					1		

# Ataskaitinio pusmečio suvestinė

<b>Dalyvavimas konferencijose</b>		
<b>Planas</b>	<b>Įvykdyta</b>	<b>Konferencijos tipas</b>
The 2023 World Congress on Global Optimization (WCGO 2023), Atėnai, Graikija, liepos 10-14 d.	Mindaugas Kepalas, Julius Žilinkas “2-Dimensional Net-Constrained Clustering Problem”	Tarptautinė

# Mokslinių tyrimų ir disertacijos rengimo etapai

<b>Darbo pavadinimas</b>	<b>Atlikimo terminai</b>	<b>Pastabos</b>
<b>Disertacijos tikslų ir uždavinių formulavimas</b>	<b>2021 rugsėjo mėn.</b>	<b>Atlikta</b>
<b>Literatūros apžvalga</b>	<b>Visu doktorantūros metu</b>	<b>Atliekama</b>
<b>Uždavinių teorinis tyrimas</b>	<b>Visu doktorantūros metu</b>	<b>Atliekama</b>
<b>Optimizavimo algoritmų programavimas (uždavinių sprendimas)</b>	<b>Visu doktorantūros metu</b>	<b>Atliekama</b>
<b>Mokslinės literatūros (straipsnių, knygų) skaitymas, sisteminimas, analizė</b>	<b>Visu doktorantūros metu</b>	<b>Atliekama</b>
<b>Dalyvavimas konferencijoje (-ose)</b>	<b>2022 rugsėjo mėn.</b>	<b>Atlikta</b>
<b>Moksliniai straipsniai</b>	<b>2023, 2024 pavasaris</b>	<b>Straipsnis ruošiamas</b>
<b>Disertacijos rašymas</b>	<b>2023 rugsėjo mėn. - 2024 birželio mėn.</b>	<b>Planuojama pradėti išspausdinus pirmąjį straipsnį</b>
<b>Disertacijos įteikimas</b>	<b>2024 birželio mėn.</b>	

# Gauti moksliniai rezultatai ir planai kitam semestriui

- **III kurso II semestre gauti moksliniai rezultatai:** žr. mokslinę ataskaitą, straipsnių šiuo metu neturiu (nuo doktorantūros plano atsiliku)
- **Planai IV kurso I semestriui:**
  - Paruošti pirmąjį straipsnį
  - Pradėti rašyti disertaciją

# Inžinierių uždavinys

- **Uždavinys.** Duotam pastatui išdėlioti atramas taip, kad “apkrova” kiekvienai atramai būtų kuo labiau vienoda (lygi).
- **Daugiau apie uždavinį straipsnyje** Belevičius, R., Ivanikovas, S., Šešok, D., Valentinavičius, S. and Žilinskas, J., 2011. Optimal placement of piles in real grillages: experimental comparison of optimization algorithms. *Information Technology and Control*, 40(2), pp.123-132

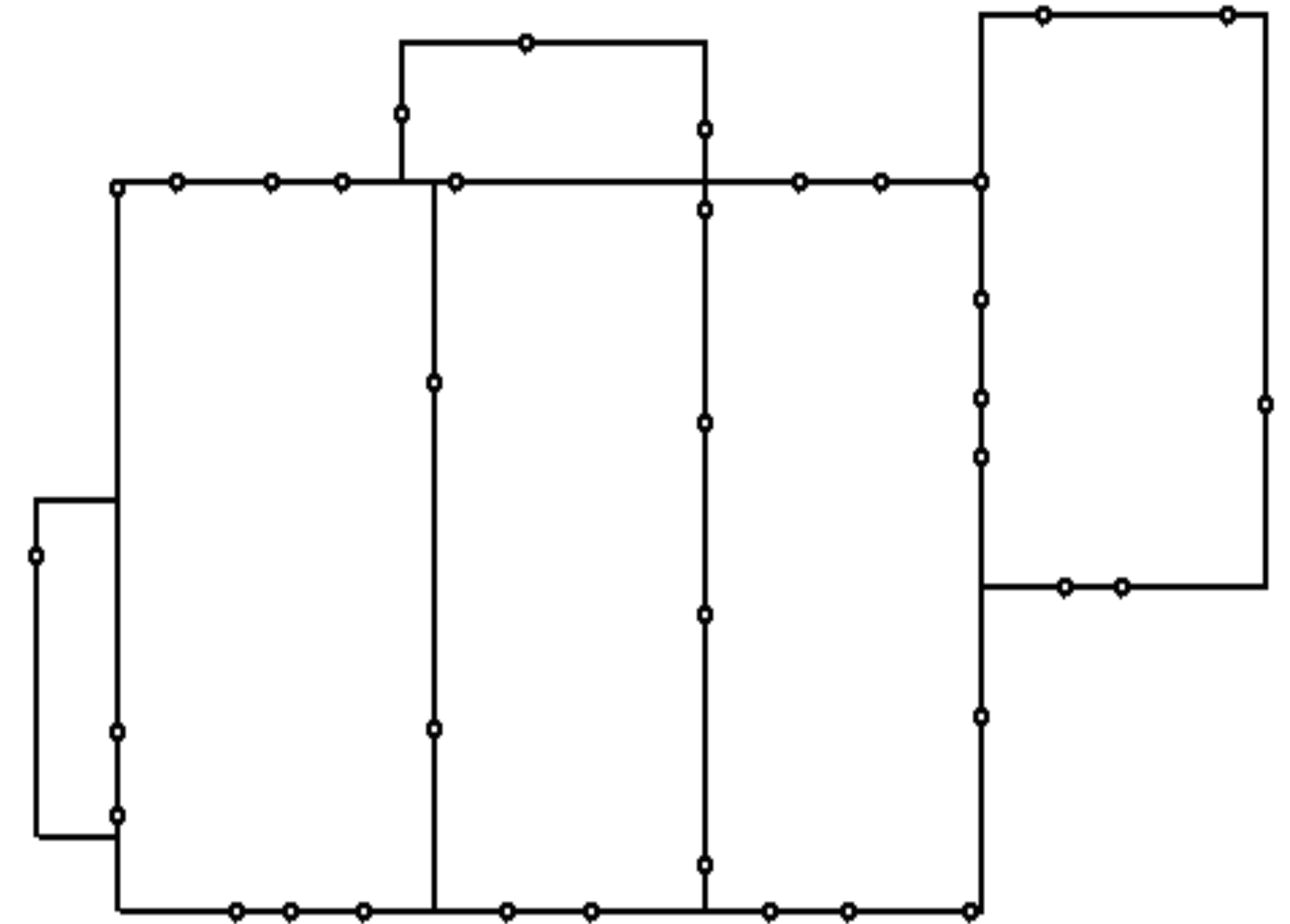


Figure 8. The best found solution of grillage No 6

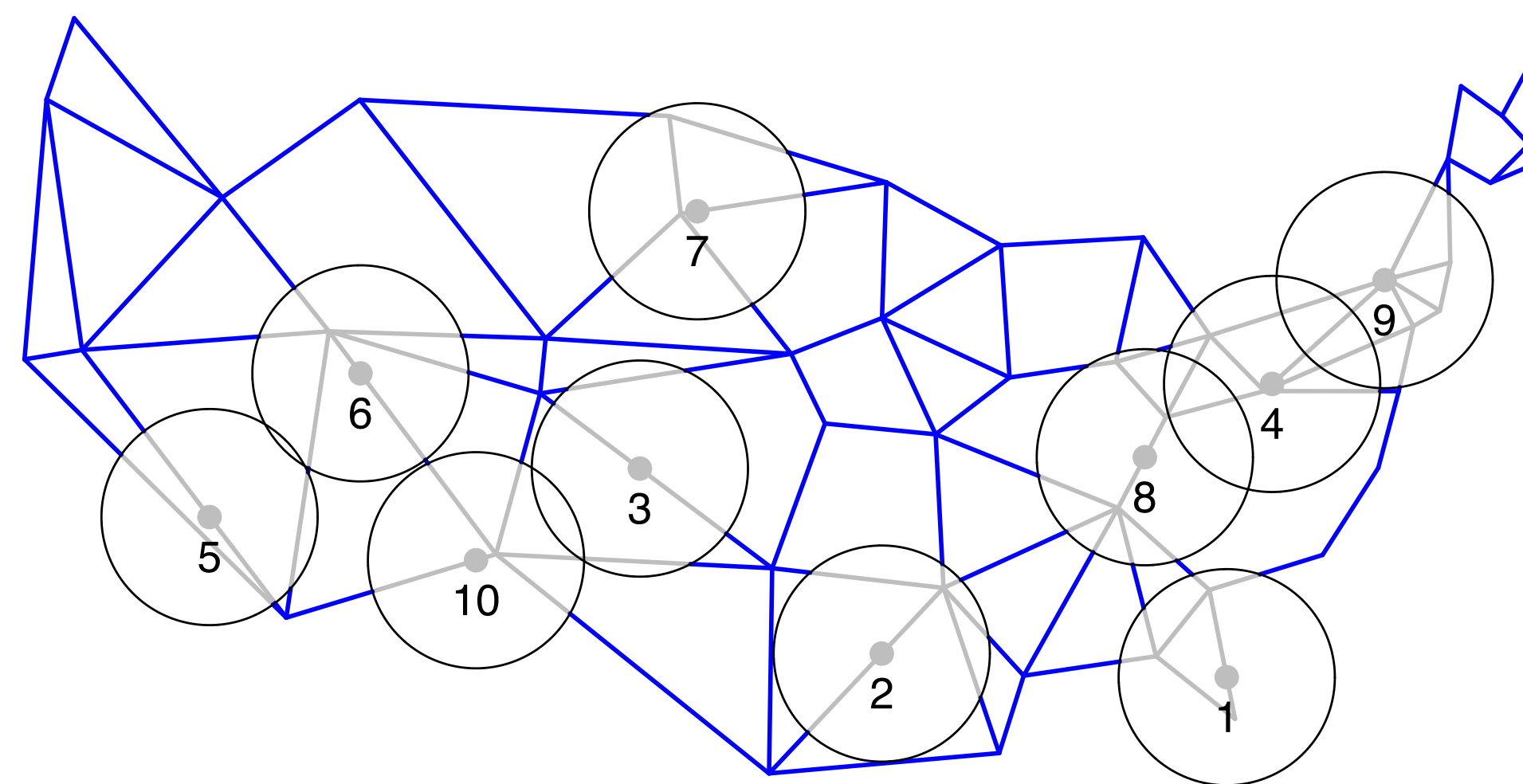
Geriausias rastas atramų išdėstymas vienam iš pastatų (paveikslukas iš straipsnio)

# Uždavinio apibendrinimas: Network Locations

- **Duota:**

- Tinklas plokštumoje  $\mathcal{N}$  (“Network”);
- Taškų skaičius  $M$  (“Points”), taškai turi priklausyti tinklui:  $P_i \in \mathcal{N}$ ,  $i = 1, \dots, M$ ;
- Minimalus atstumas  $r$ , kuris turi skirti bet kuriuos du skirtingus taškus (“Radius”);

Tinklas ir jame sugeneruoti taškai, tenkinantys uždavinio sąlygas





# Uždavinio apibendrinimas: Network Locations

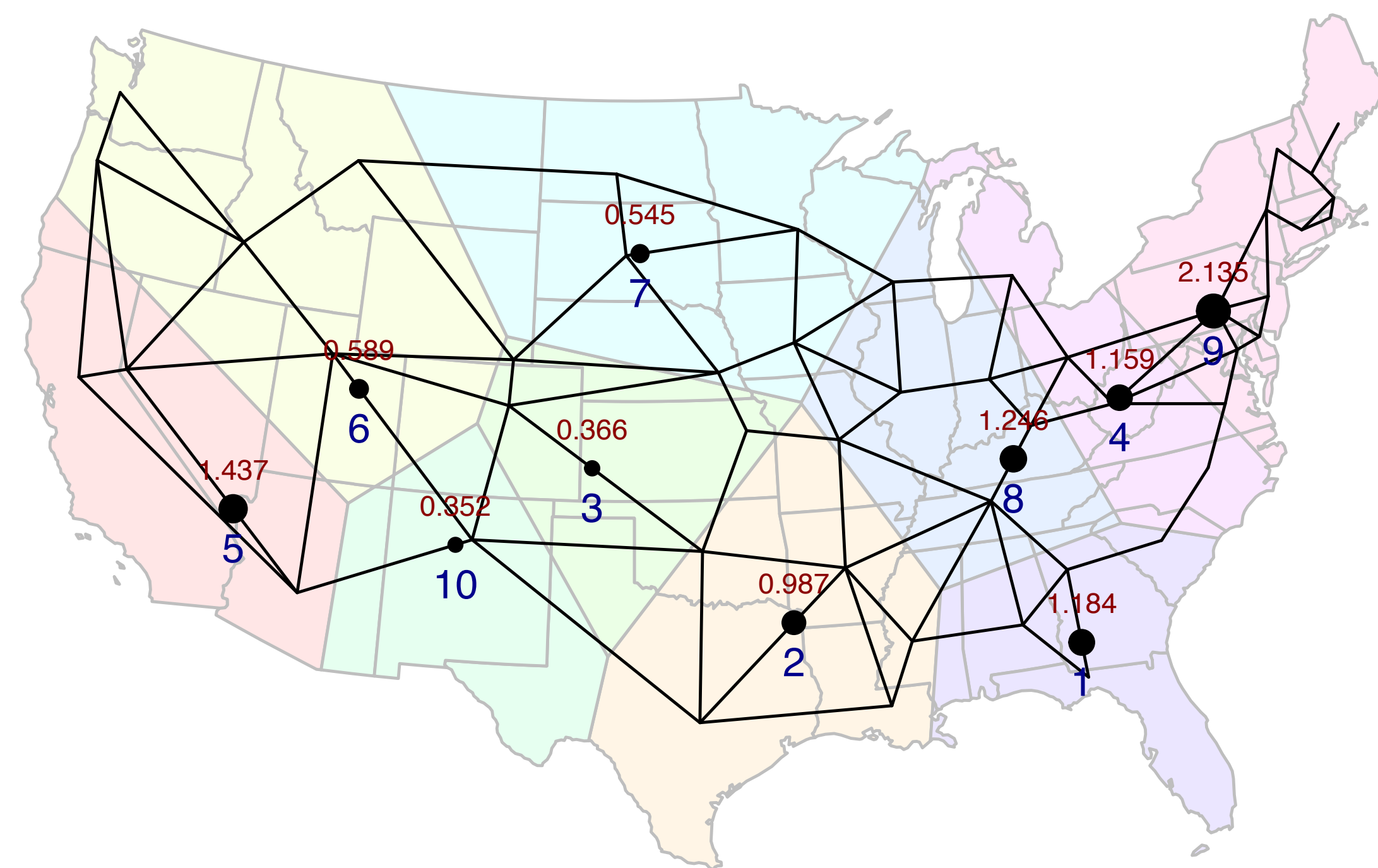
- **Duota:**

- Vektorinė “apkrovos” funkcija

$$F : \{P_1, P_2, \dots, P_M\} \mapsto \mathbb{R}^M \text{ (“Objective”)};$$

- Nuostolių (kaštų) funkcija  $cost : \mathbb{R}^M \mapsto \mathbb{R}$  (“Loss”);

- **Uždavinys.** Rasti  $M$  tinklui priklausančių taškų išdėstymą, kad jų išdėstymo “kaina” būtų **minimali**.



# **“WCGO 2023” nagrinėtas uždavinys**

# “WCGO 2023” nagrinėtas uždavinys

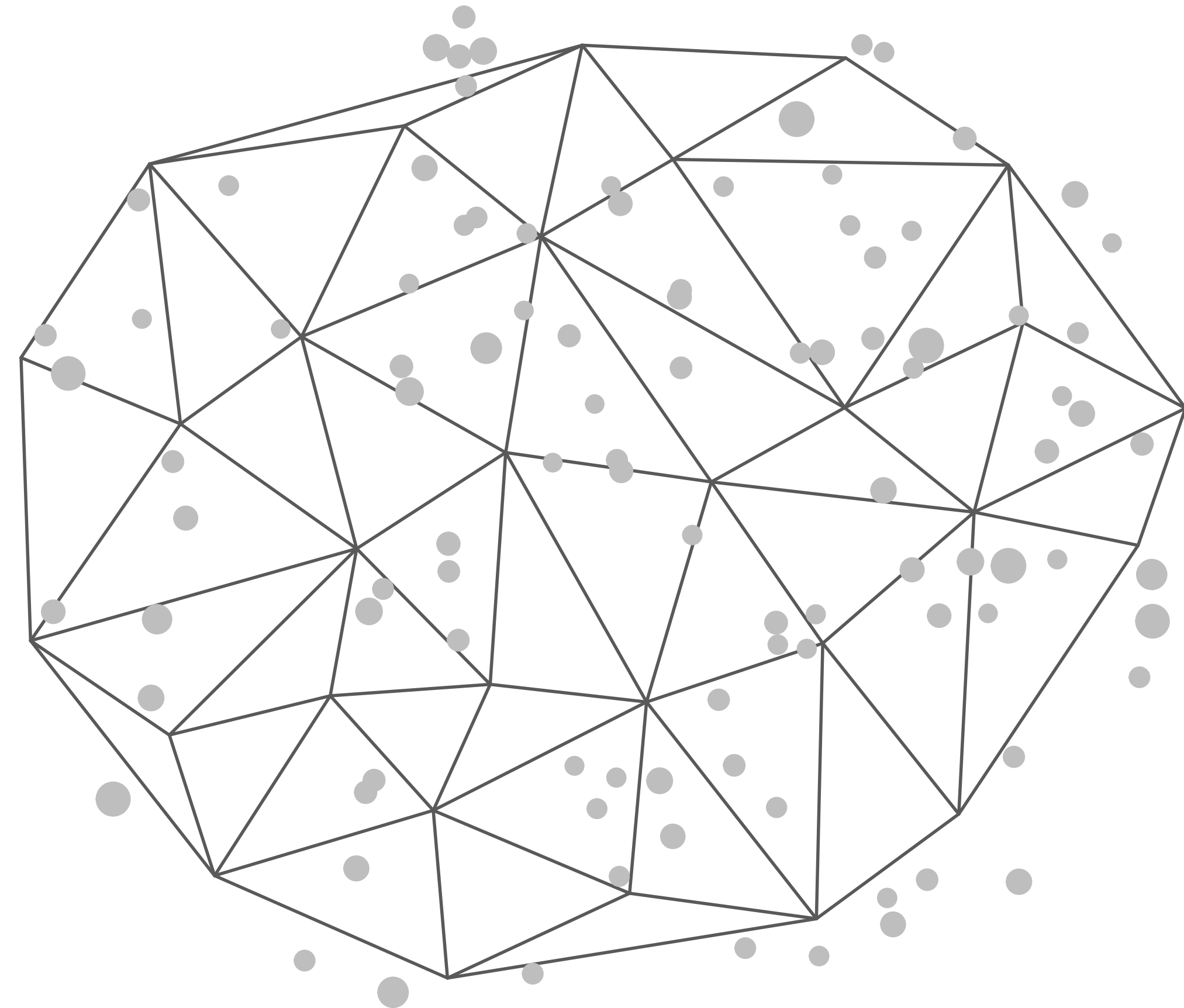
- **Duota:**

- Taškų aibė  $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$  su svoriais  $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas”  $\mathcal{N}$  (šis “tinklas” yra  $M$  segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius  $K$

# “WCGO 2023” nagrinėtas uždavinys

- **Duota:**

- Taškų aibė  $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$  su svoriais  $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas”  $\mathcal{N}$  (šis “tinklas” yra  $M$  segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius  $K$



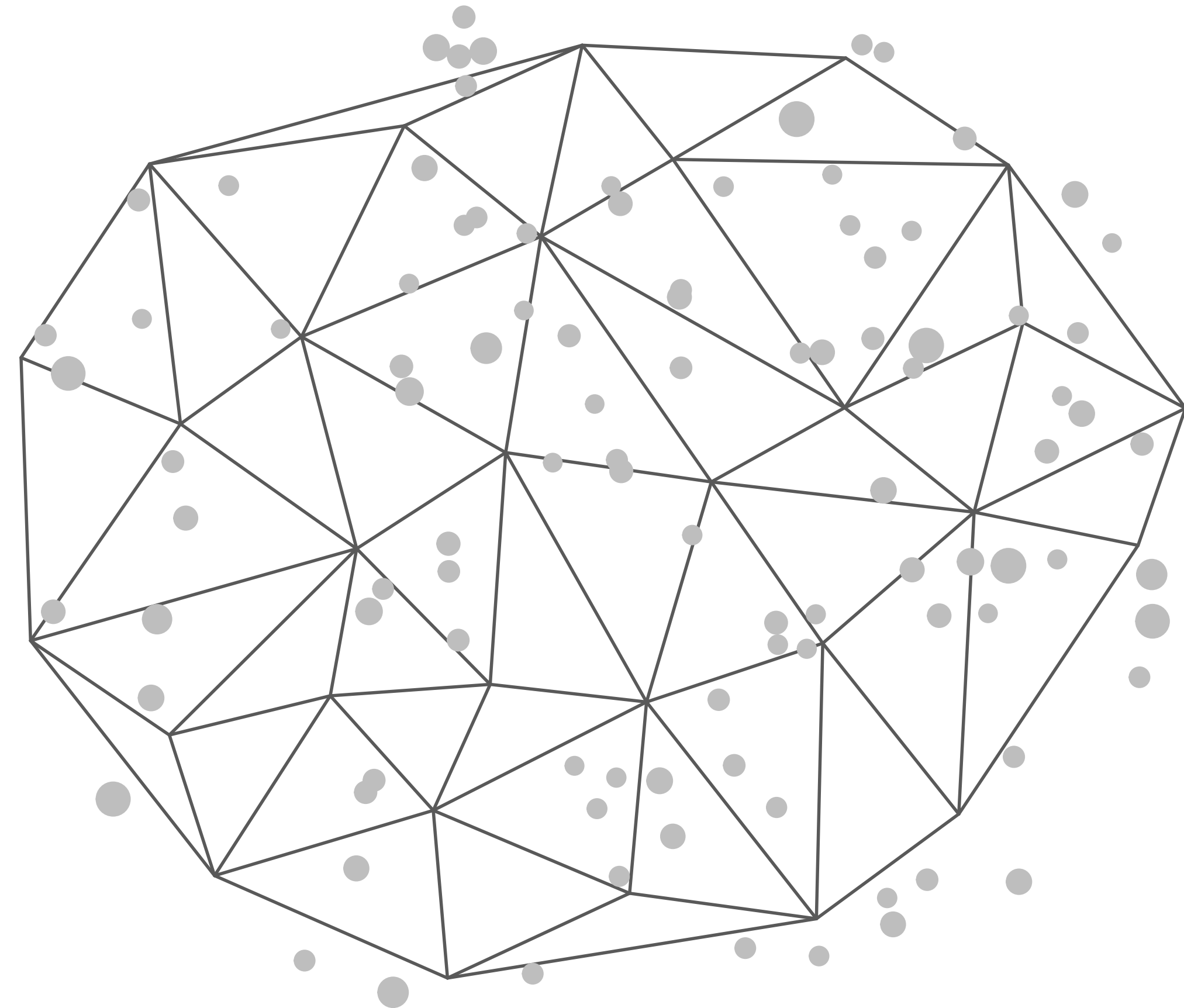
# “WCGO 2023” nagrinėtas uždavinys

- **Duota:**

- Taškų aibė  $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$  su svoriais  $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas”  $\mathcal{N}$  (šis “tinklas” yra  $M$  segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius  $K$

- **Uždavinys.** Apibrėžti  $K$  klasterių  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$  su atitinkamais centras  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  randančių globalų sprendinį uždaviniui

$$\min_{Q_1, Q_2, \dots, Q_K} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{C}_k} w_i \left\| P_i - Q_k \right\|_2^2 \quad \text{s.t.} \quad Q_k \in \mathcal{N}, k = 1, \dots, K$$



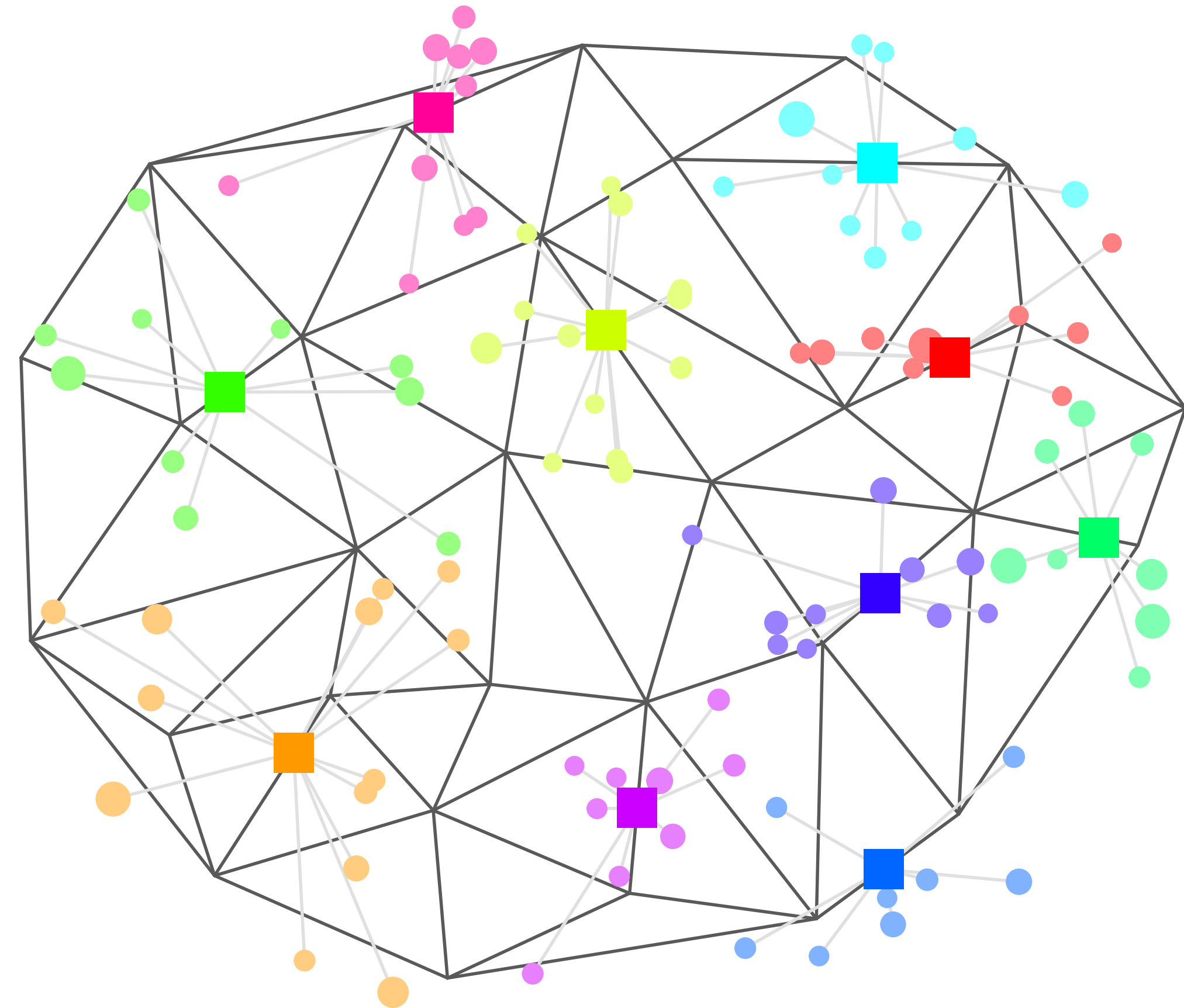
# “WCGO 2023” nagrinėtas uždavinys

- **Duota:**

- Taškų aibė  $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$  su svoriais  $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas”  $\mathcal{N}$  (šis “tinklas” yra  $M$  segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius  $K$

- **Uždavinys.** Apibrėžti  $K$  klasterių  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$  su atitinkamais centras  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  randančių globalų sprendinį uždaviniui

$$\min_{Q_1, Q_2, \dots, Q_K} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{C}_k} w_i \left\| P_i - Q_k \right\|_2^2 \quad \text{s.t.} \quad Q_k \in \mathcal{N}, k = 1, \dots, K$$



# “WCGO 2023” nagrinėtas uždavinys

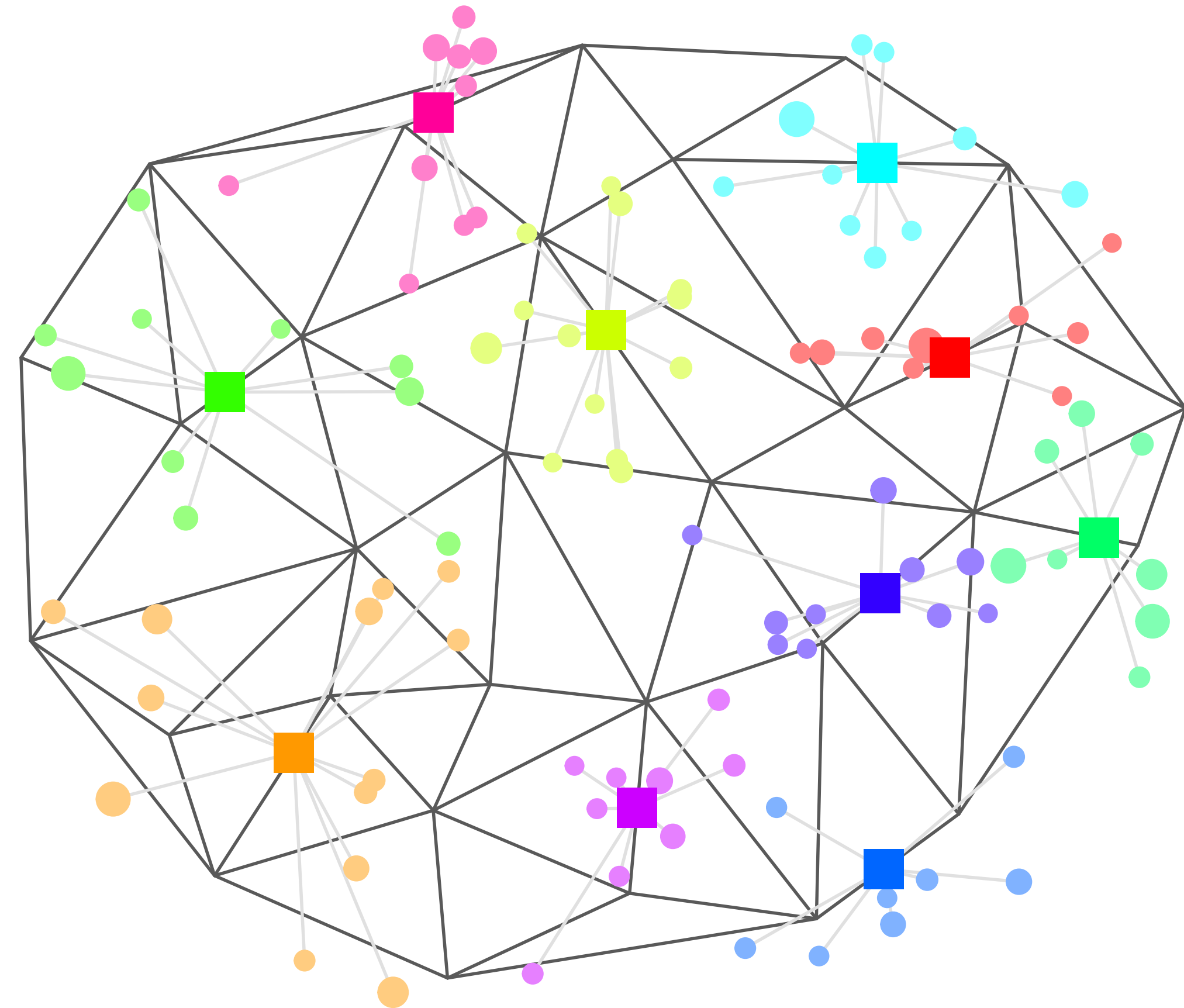
- **Duota:**

- Taškų aibė  $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$  su svoriais  $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas”  $\mathcal{N}$  (šis “tinklas” yra  $M$  segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius  $K$

- **Uždavinys.** Apibrėžti  $K$  klasterių  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$  su atitinkamais centrais  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  randančių globalų sprendinį uždaviniui

$$\min_{Q_1, Q_2, \dots, Q_K} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{C}_k} w_i \left\| P_i - Q_k \right\|_2^2 \quad \text{s.t.} \quad Q_k \in \mathcal{N}, k = 1, \dots, K$$

- **Pastebėkite tinklo ribojimą klasterių centrams:**  $Q_k \in \mathcal{N}$



# “WCGO 2023” nagrinėtas uždavinys

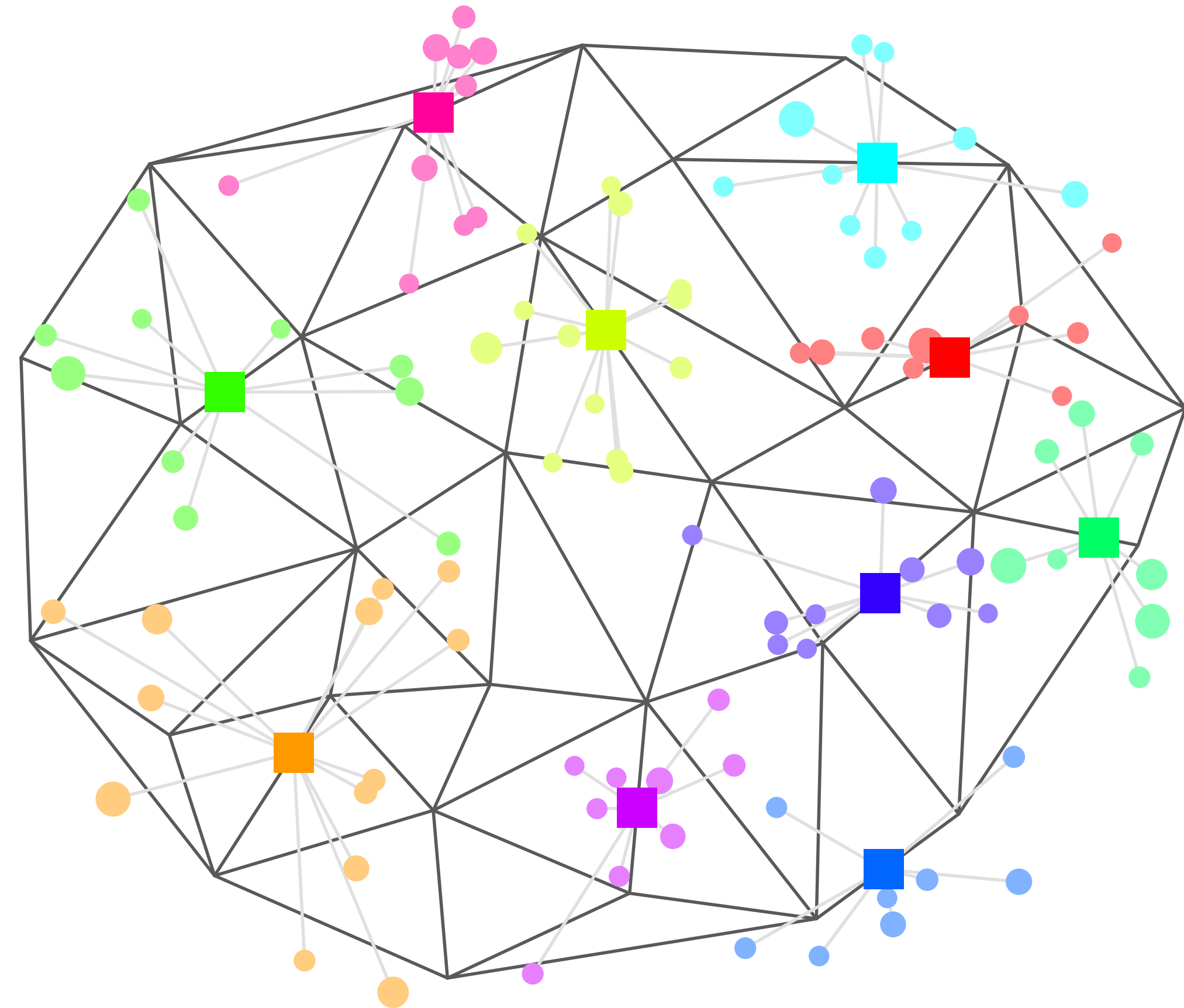
- **Duota:**

- Taškų aibė  $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$  su svoriais  $\{w_1, w_2, \dots, w_N\}$
- “Tinklas”  $\mathcal{N}$  (šis “tinklas” yra  $M$  segmentų sąjunga)
- Klasterių skaičius  $K$

- **Uždavinys.** Apibrėžti  $K$  klasterių  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$  su atitinkamais centras  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  randančių globalų sprendinį uždaviniui

$$\min_{Q_1, Q_2, \dots, Q_K} \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{C}_k} w_i \left\| P_i - Q_k \right\|_2^2 \quad \text{s.t.} \quad Q_k \in \mathcal{N}, k = 1, \dots, K$$

- **Pastebėkite tinklo ribojimą klasterių centrams:**  $Q_k \in \mathcal{N}$
- Jeigu šio ribojimo nebūtų, turėtume uždavinį kuris literatūroje vadinamas minimum-sum-of-squares-clustering (MSSC), kuriam spręsti naudojamas garsusis **k-means algoritmas**





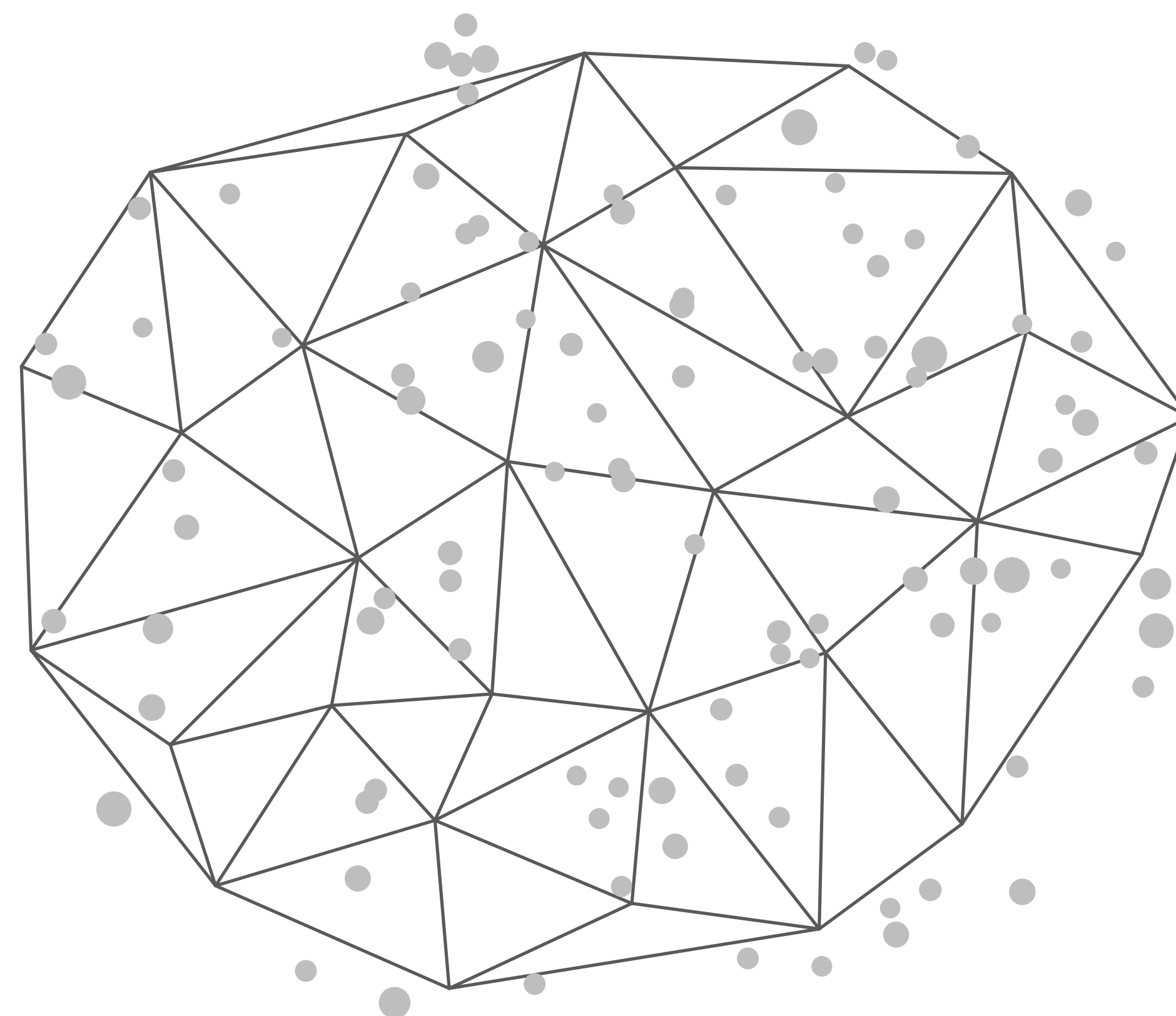
# **“WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas**

# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliam klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**

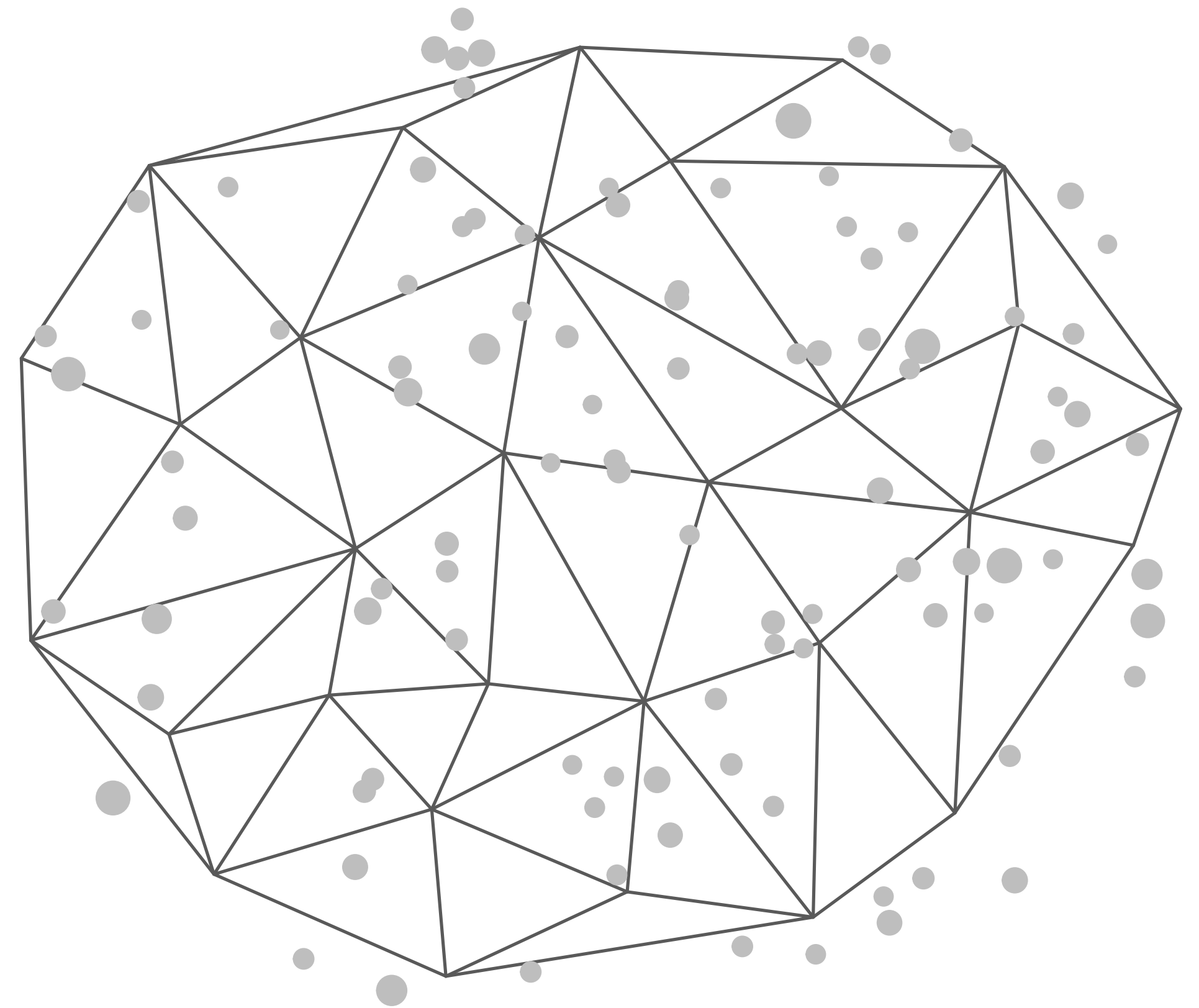
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliam klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**



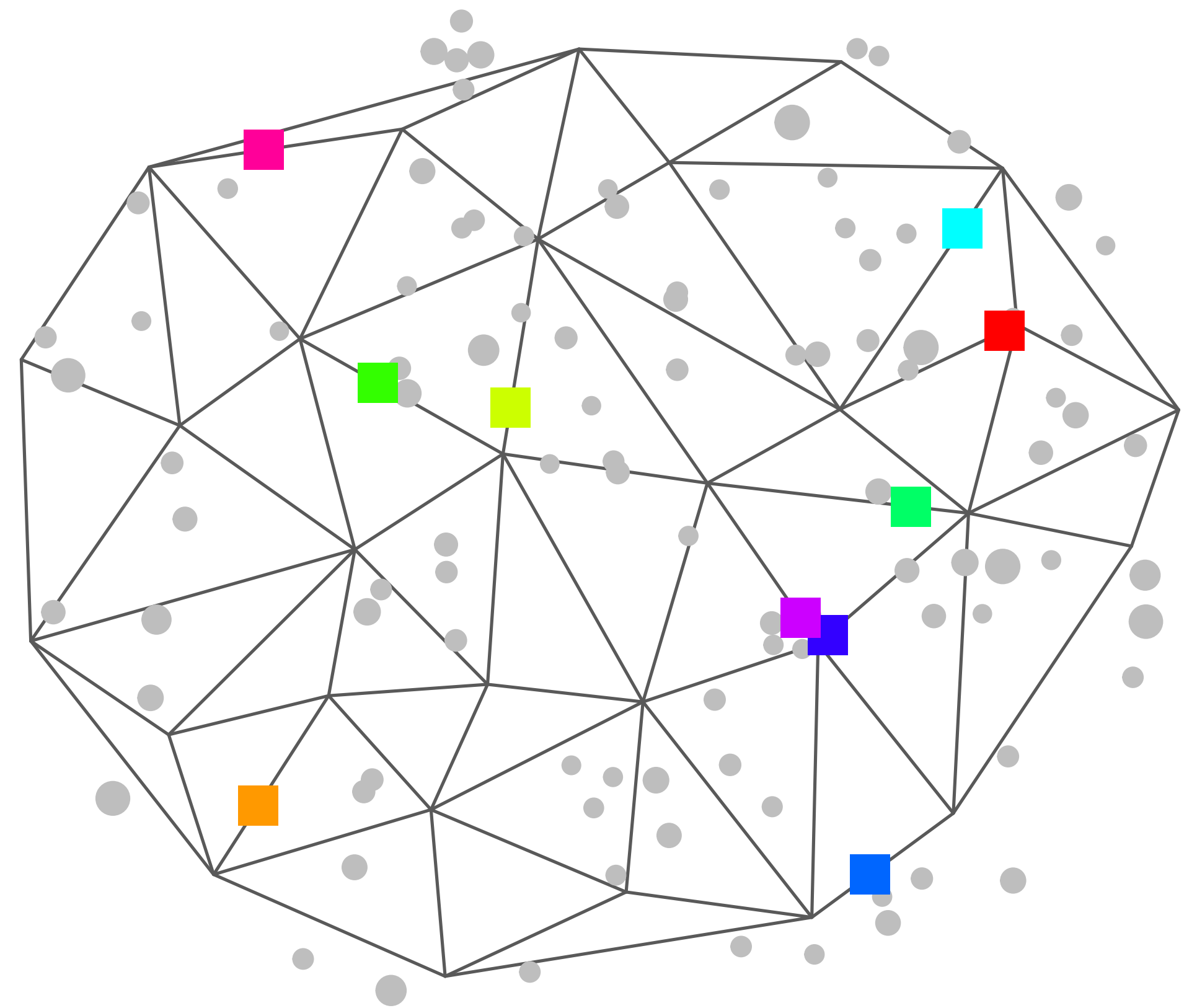
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliam klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradiniai centrus  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)



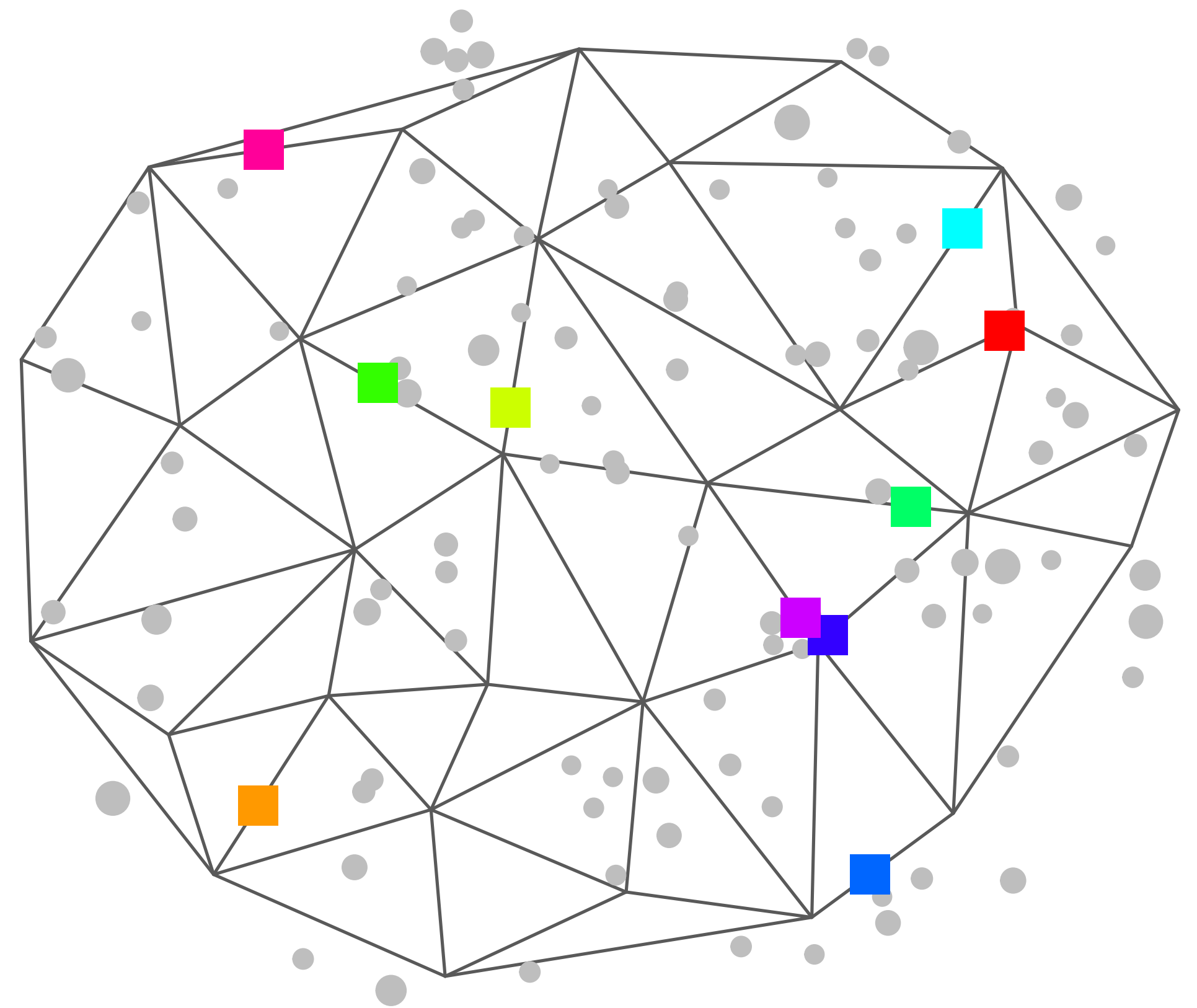
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliam klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradiniai centrus  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)



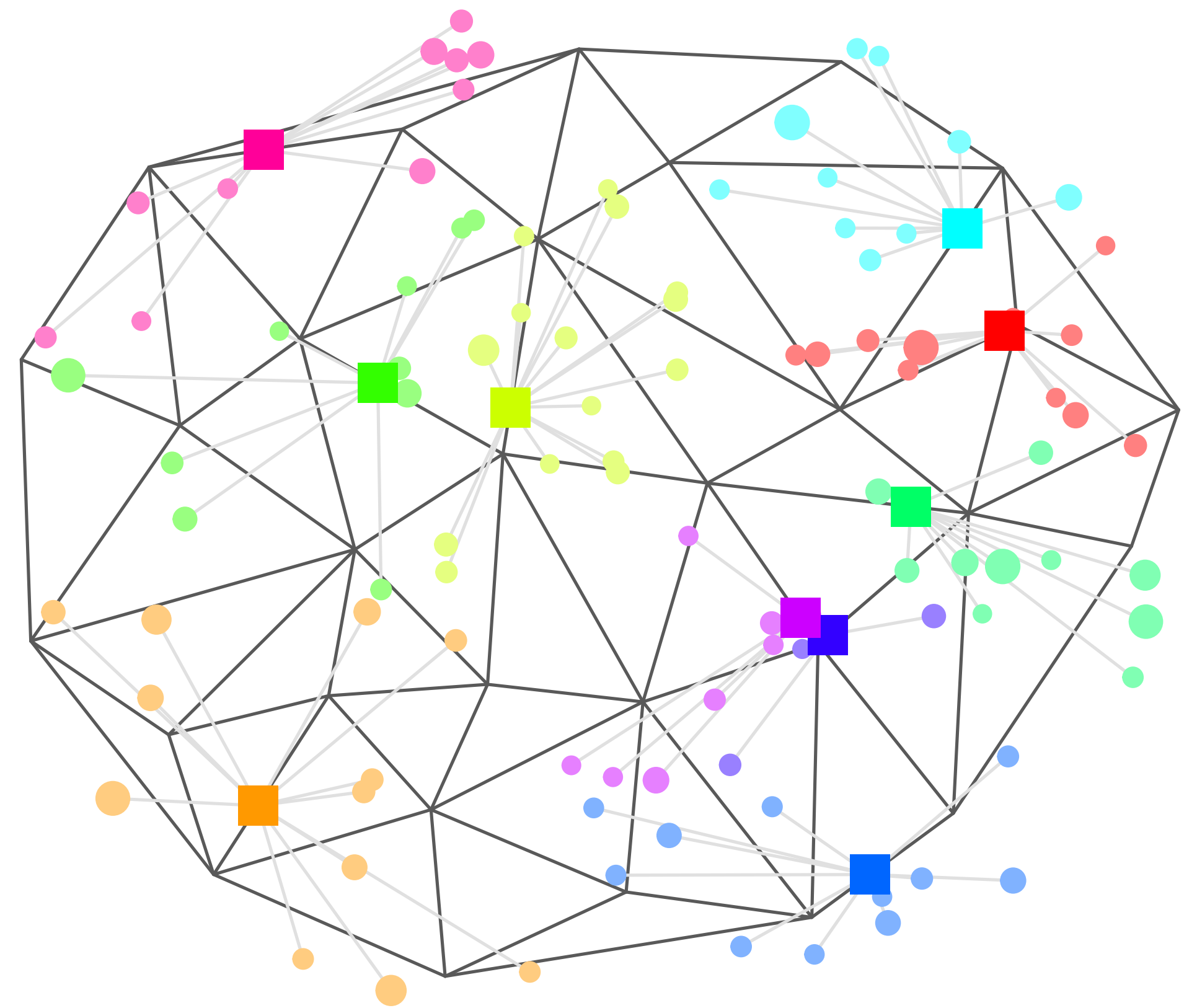
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliam klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradinius centrus  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)
  2. **Priskyrimo Žingsnis.** Randam klasterius  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ : kiekvienas taškas  $P_i$  yra priskiriamas artimiausiam centrui  $Q_k$  (ir atitinkamam klasteriui)



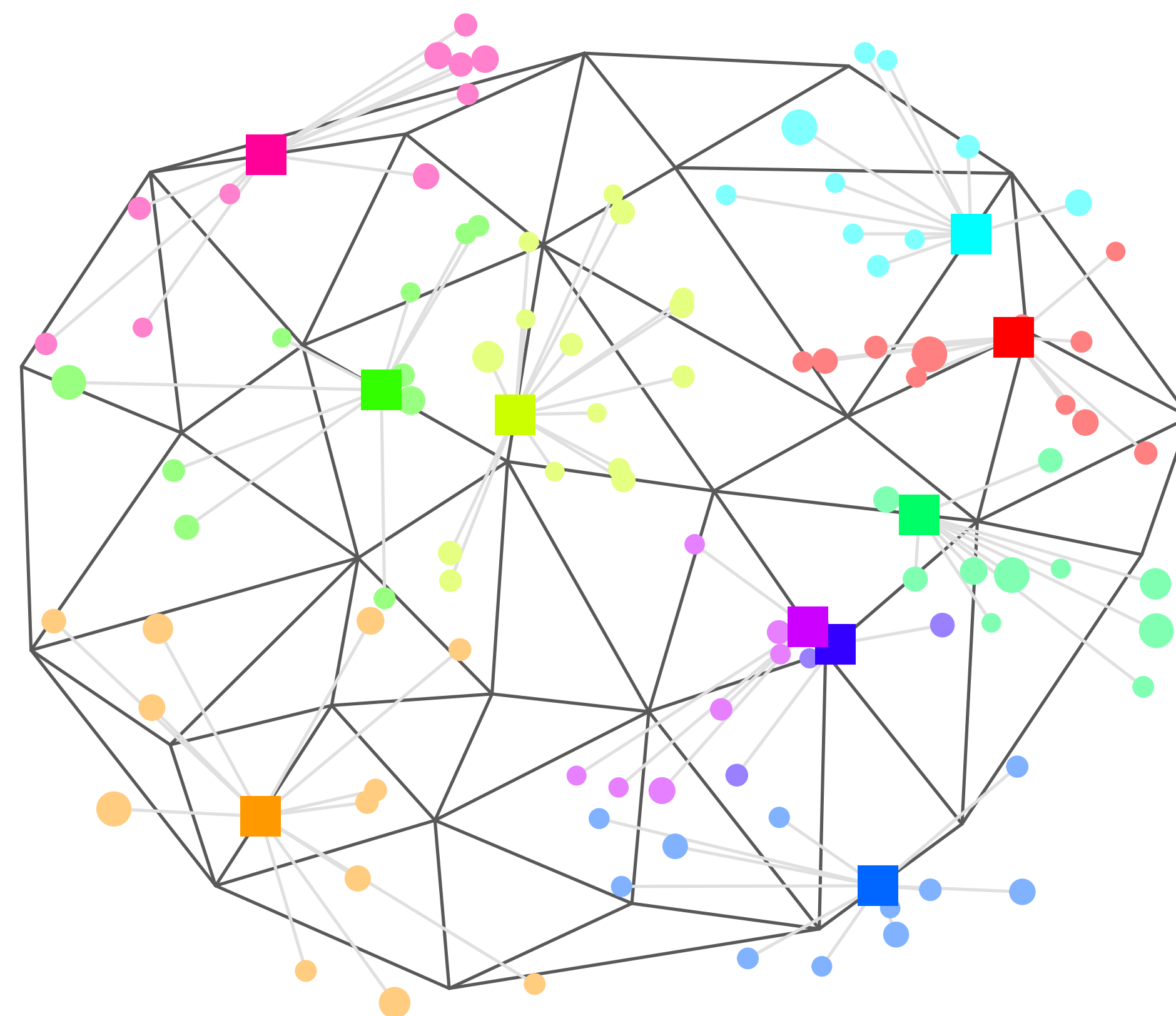
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliam klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradinius centrus  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)
  2. **Priskyrimo Žingsnis.** Randam klasterius  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ : kiekvienas taškas  $P_i$  yra priskiriamas artimiausiam centrui  $Q_k$  (ir atitinkamam klasteriui)



# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

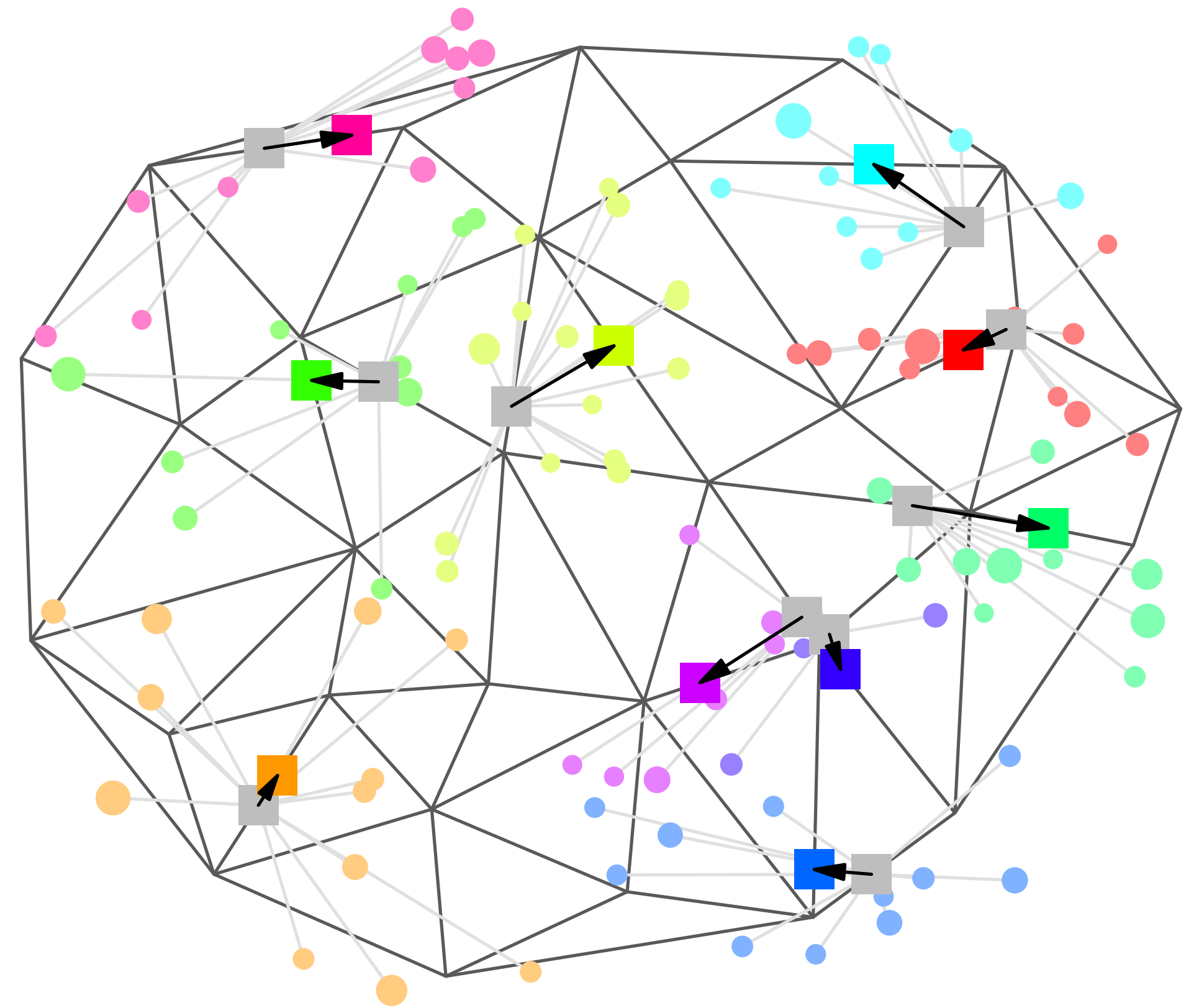
- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliam klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradiniai centrai  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)
  2. **Priskyrimo Žingsnis.** Randam klasterius  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ : kiekvienas taškas  $P_i$  yra priskiriamas artimiausiam centrui  $Q_k$  (ir atitinkamam klasteriui)
  3. **Centrų Tikslinimo Žingsnis.** Kiekvienam klasteriui  $\mathcal{C}_k$  randame centrą  $Q_k$  kuris tenkina tinklo ribojimą  $Q_k \in \mathcal{N}$  ir minimizuoja vidinius klasterio nuostolius





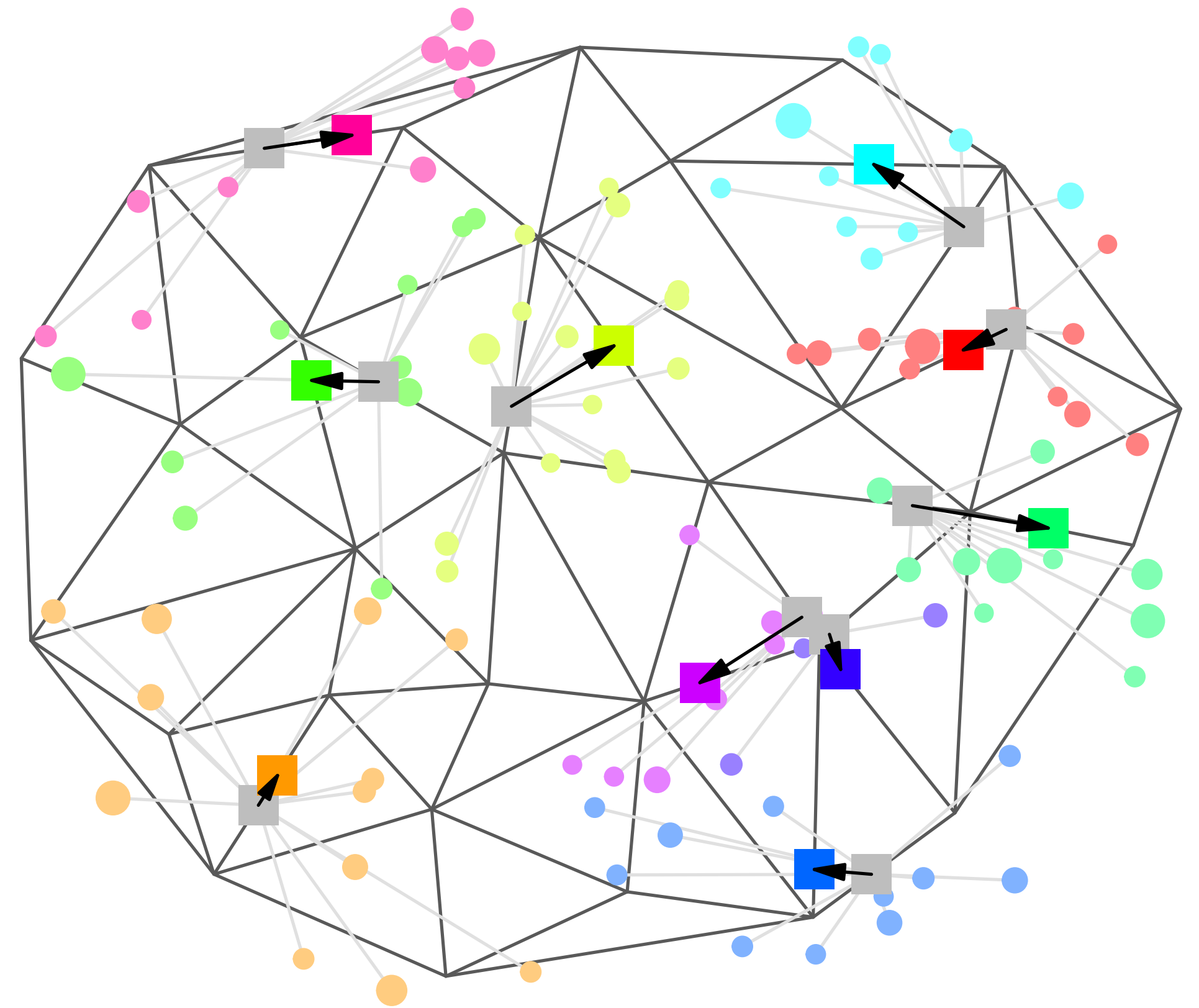
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliai klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradiniai centrai  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)
  2. **Priskyrimo Žingsnis.** Randam klasterius  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ : kiekvienas taškas  $P_i$  yra priskiriamas artimiausiam centrui  $Q_k$  (ir atitinkamam klasteriui)
  3. **Centrų Tikslinimo Žingsnis.** Kiekvienam klasteriui  $\mathcal{C}_k$  randame centrą  $Q_k$  kuris tenkina tinklo ribojimą  $Q_k \in \mathcal{N}$  ir minimizuoja vidinius klasterio nuostolius



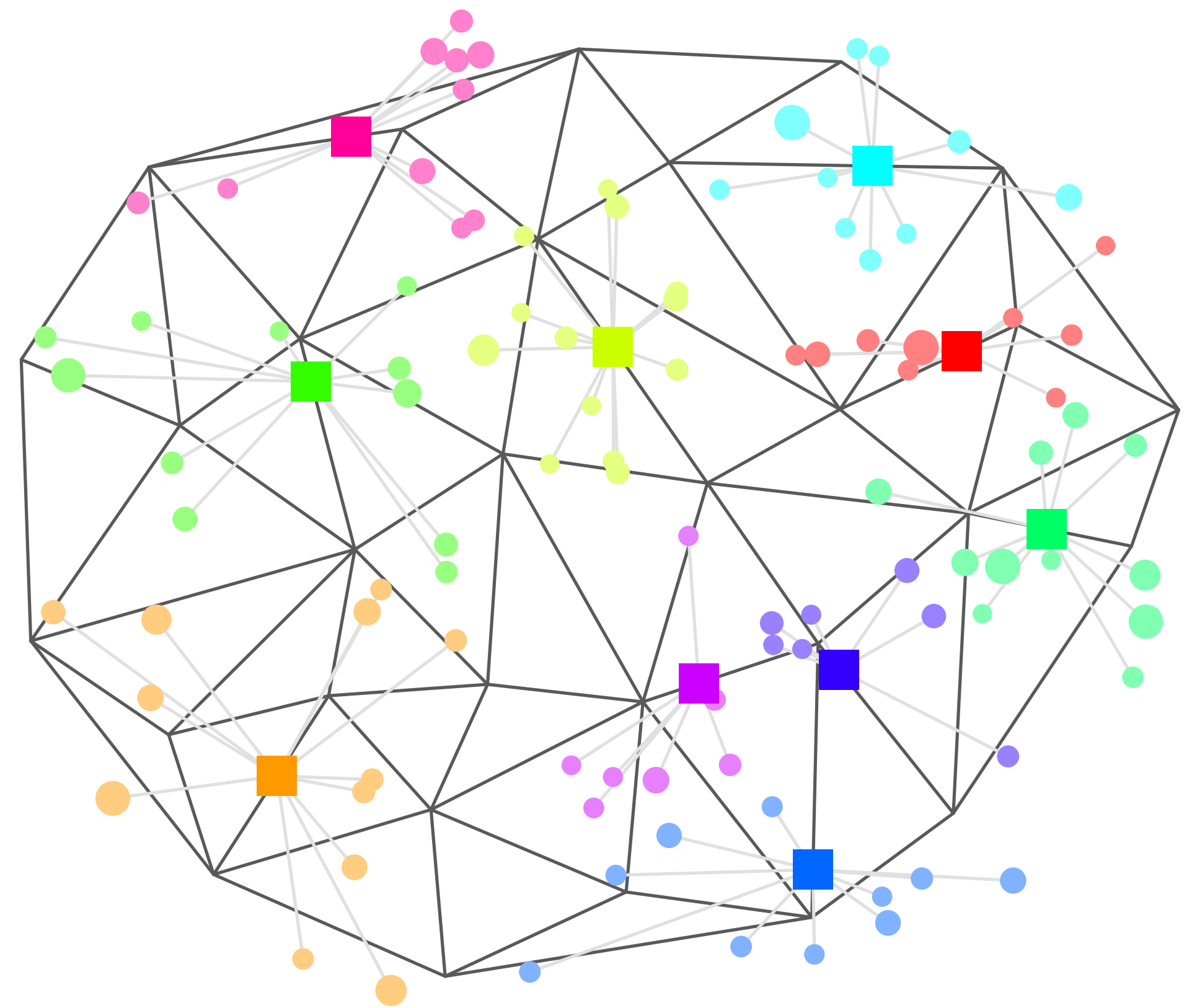
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliam klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradinius centrus  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)
  2. **Priskyrimo Žingsnis.** Randam klasterius  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ : kiekvienas taškas  $P_i$  yra priskiriamas artimiausiam centrui  $Q_k$  (ir atitinkamam klasteriui)
  3. **Centrų Tikslinimo Žingsnis.** Kiekvienam klasteriui  $\mathcal{C}_k$  randame centrą  $Q_k$  kuris tenkina tinklo ribojimą  $Q_k \in \mathcal{N}$  ir minimizuoja vidinius klasterio nuostolius
  4. Kartojame **Priskyrimo ir Centrų Tikslinimo Žingsnius** kol klasteriai ir jų centrai stabilizuojasi



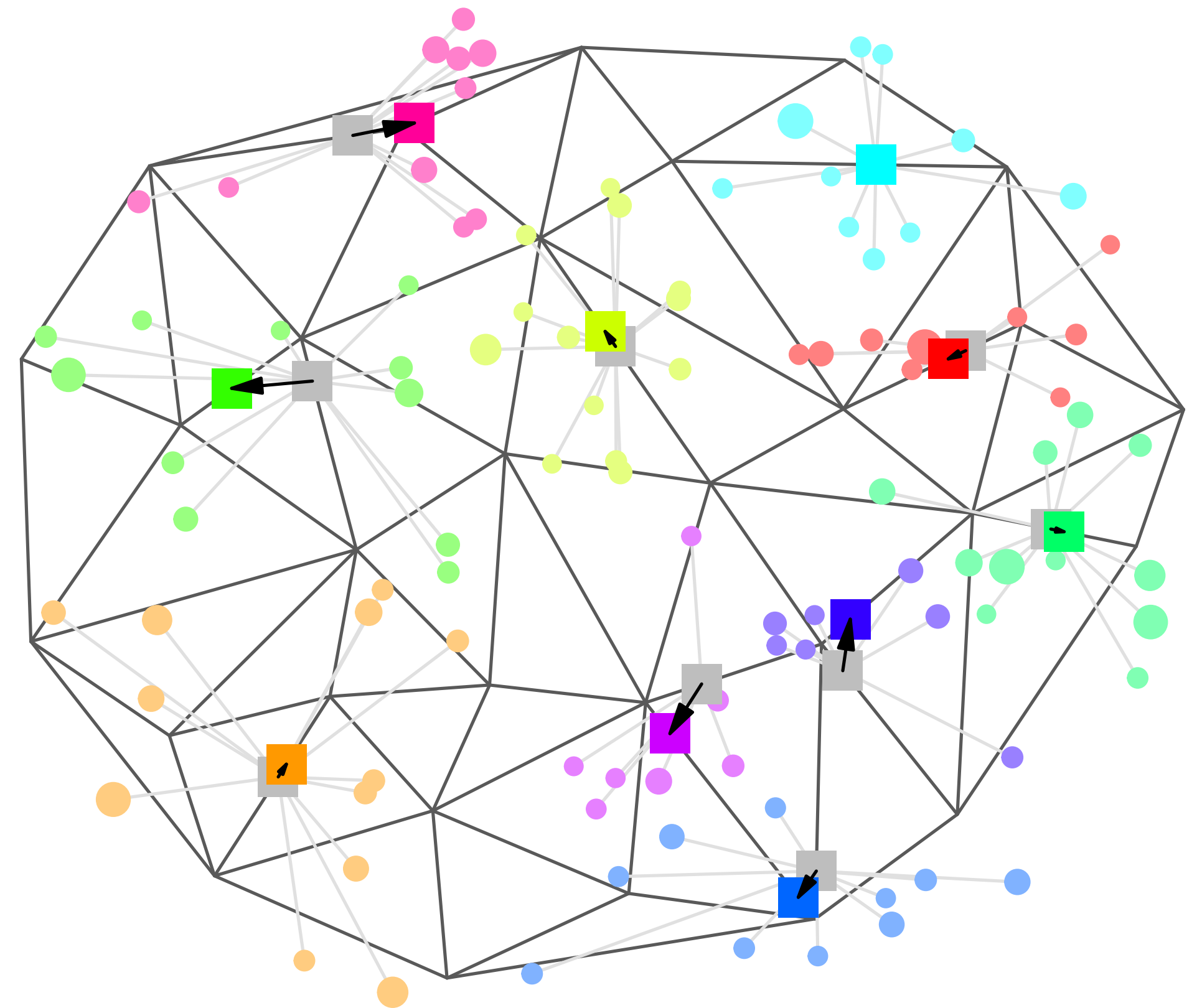
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliai klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradinius centrus  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)
  2. **Priskyrimo Žingsnis.** Randam klasterius  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ : kiekvienas taškas  $P_i$  yra priskiriamas artimiausiam centrui  $Q_k$  (ir atitinkamam klasteriui)
  3. **Centrų Tikslinimo Žingsnis.** Kiekvienam klasteriui  $\mathcal{C}_k$  randame centrą  $Q_k$  kuris tenkina tinklo ribojimą  $Q_k \in \mathcal{N}$  ir minimizuoja vidinius klasterio nuostolius
  4. Kartojame **Priskyrimo ir Centrų Tikslinimo Žingsnius** kol klasteriai ir jų centrai stabilizuojasi



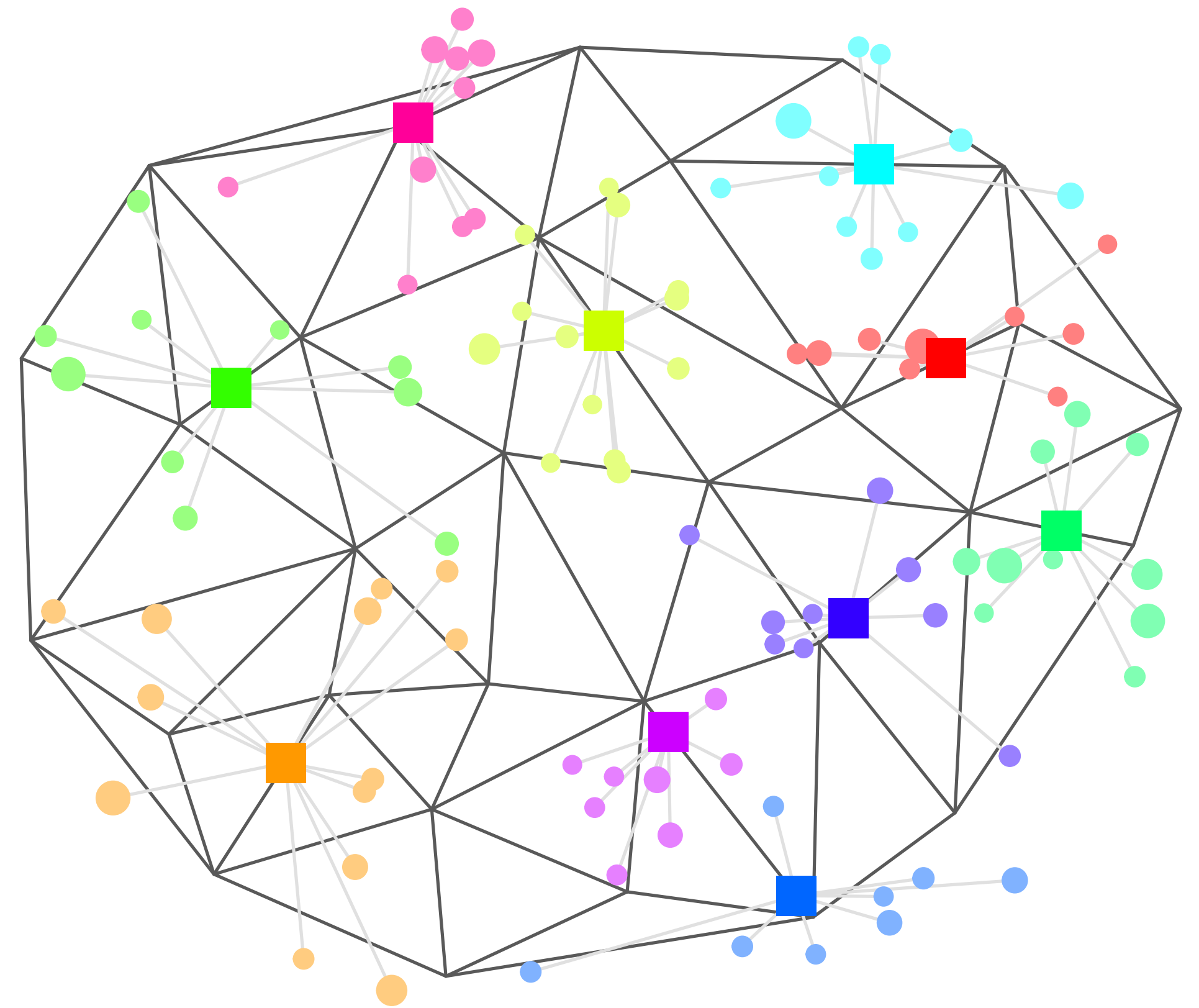
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliam klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradiniai centrai  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)
  2. **Priskyrimo Žingsnis.** Randam klasterius  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ : kiekvienas taškas  $P_i$  yra priskiriamas artimiausiam centrui  $Q_k$  (ir atitinkamam klasteriui)
  3. **Centrų Tikslinimo Žingsnis.** Kiekvienam klasteriui  $\mathcal{C}_k$  randame centrą  $Q_k$  kuris tenkina tinklo ribojimą  $Q_k \in \mathcal{N}$  ir minimizuoja vidinius klasterio nuostolius
  4. Kartojame **Priskyrimo ir Centrų Tikslinimo Žingsnius** kol klasteriai ir jų centrai stabilizuojasi



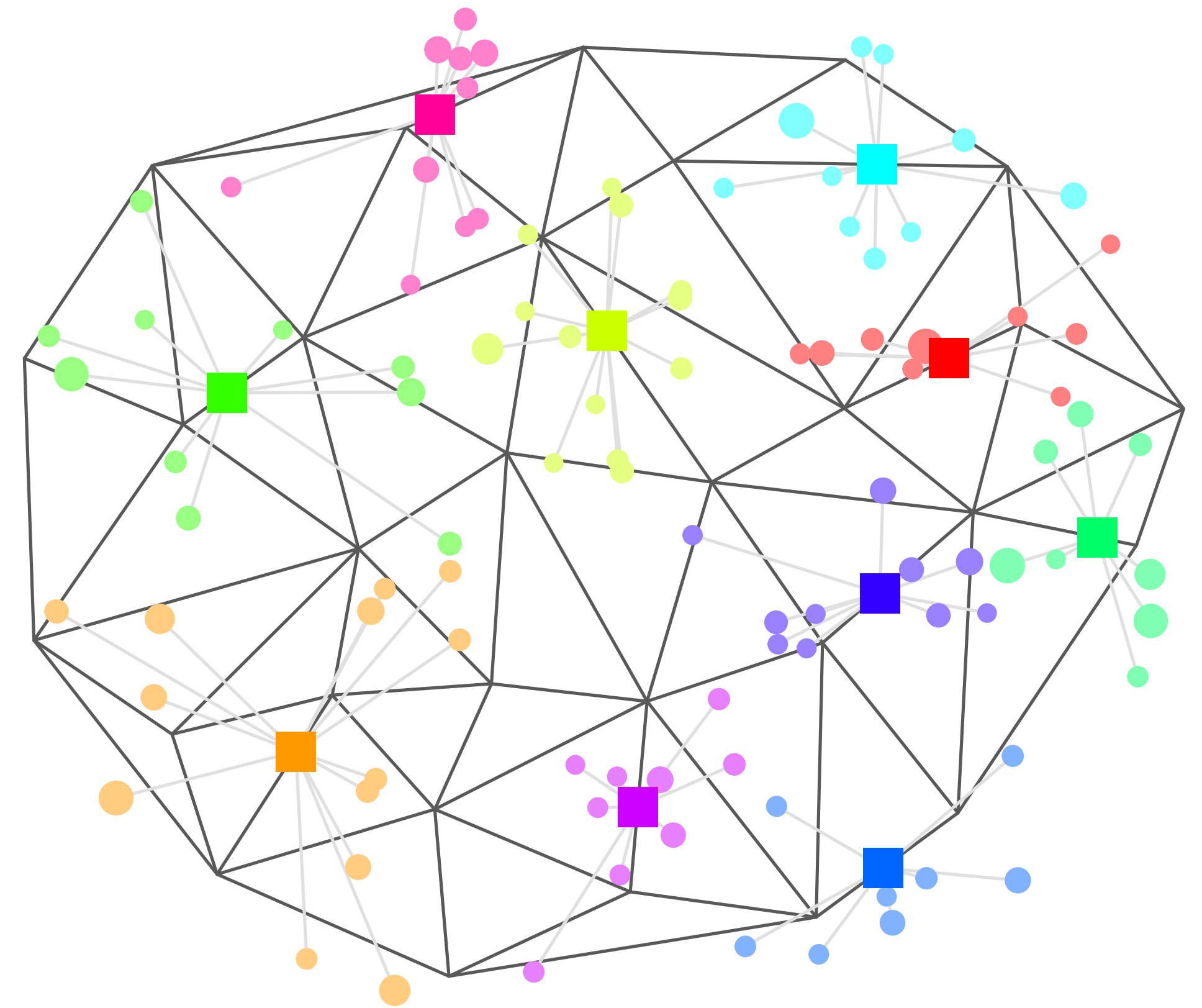
# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliai klasteriavimo uždavinio su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradinius centrus  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)
  2. **Priskyrimo Žingsnis.** Randam klasterius  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ : kiekvienas taškas  $P_i$  yra priskiriamas artimiausiam centrui  $Q_k$  (ir atitinkamam klasteriui)
  3. **Centrų Tikslinimo Žingsnis.** Kiekvienam klasteriui  $\mathcal{C}_k$  randame centrą  $Q_k$  kuris tenkina tinklo ribojimą  $Q_k \in \mathcal{N}$  ir minimizuoja vidinius klasterio nuostolius
  4. Kartojame **Priskyrimo ir Centrų Tikslinimo Žingsnius** kol klasteriai ir jų centrai stabilizuojasi



# “WCGO 2023” pasiūlytas algoritmas

- **Net-constrained k-means algoritmas** skirtas rasti lokaliame klasteriavimo uždaviniui su tinklo ribojimu sprendiniui. **Šablonas:**
  1. Atsitiktinai parenkam pradiniai centrai  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  (kuriuos vėliau tikslinsim)
  2. **Priskyrimo Žingsnis.** Randam klasterius  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \dots, \mathcal{C}_K$ : kiekvienas taškas  $P_i$  yra priskiriamas artimiausiam centrui  $Q_k$  (ir atitinkamam klasteriui)
  3. **Centrų Tikslinimo Žingsnis.** Kiekvienam klasteriui  $\mathcal{C}_k$  randame centrą  $Q_k$  kuris tenkina tinklo ribojimą  $Q_k \in \mathcal{N}$  ir minimizuoja vidinius klasterio nuostolius
  4. Kartojame **Priskyrimo ir Centrų Tikslinimo Žingsnius** kol klasteriai ir jų centrai stabilizuojasi



# **Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu**

# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba



# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

**for**  $N \in \{10, 15, \dots, 45, 50\}$       # taškų skaičius

# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

**for**  $N \in \{10, 15, \dots, 45, 50\}$       # taškų skaičius

**for**  $M \in \{20, 30, \dots, 90, 100\}$       # tinklo briaunų skaičius

# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

**for**  $N \in \{10, 15, \dots, 45, 50\}$       # taškų skaičius

**for**  $M \in \{20, 30, \dots, 90, 100\}$     # tinklo briaunų skaičius

**for**  $K \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$     # klasterių skaičius

# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

```
for  $N \in \{10, 15, \dots, 45, 50\}$       # taškų skaičius  
    for  $M \in \{20, 30, \dots, 90, 100\}$   # tinklo briaunų skaičius  
        for  $K \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   # klasterių skaičius  
            solve_MIQCP_program_with_gurobi( $N, M, K$ )
```

# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

```
for  $N \in \{10, 15, \dots, 45, 50\}$       # taškų skaičius  
    for  $M \in \{20, 30, \dots, 90, 100\}$   # tinklo briaunų skaičius  
        for  $K \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   # klasterių skaičius  
            solve_MIQCP_program_with_gurobi( $N, M, K$ )
```

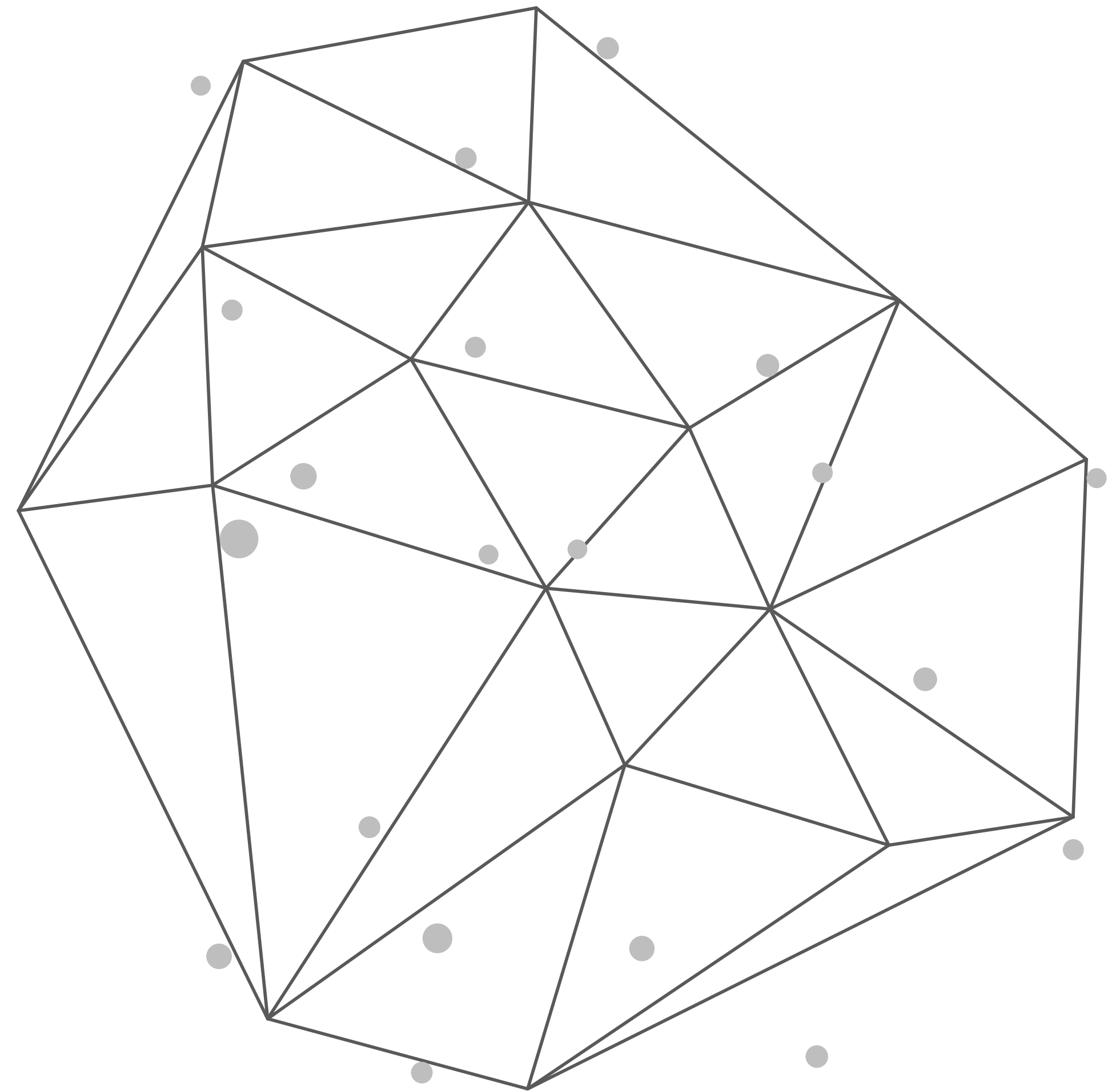
- Rezultatai ne itin įspūdingi

# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

```
for  $N \in \{10, 15, \dots, 45, 50\}$       # taškų skaičius  
  for  $M \in \{20, 30, \dots, 90, 100\}$   # tinklo briaunų skaičius  
    for  $K \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   # klasterių skaičius  
      solve_MIQCP_program_with_gurobi( $N, M, K$ )
```

- Rezultatai ne itin įspūdingi

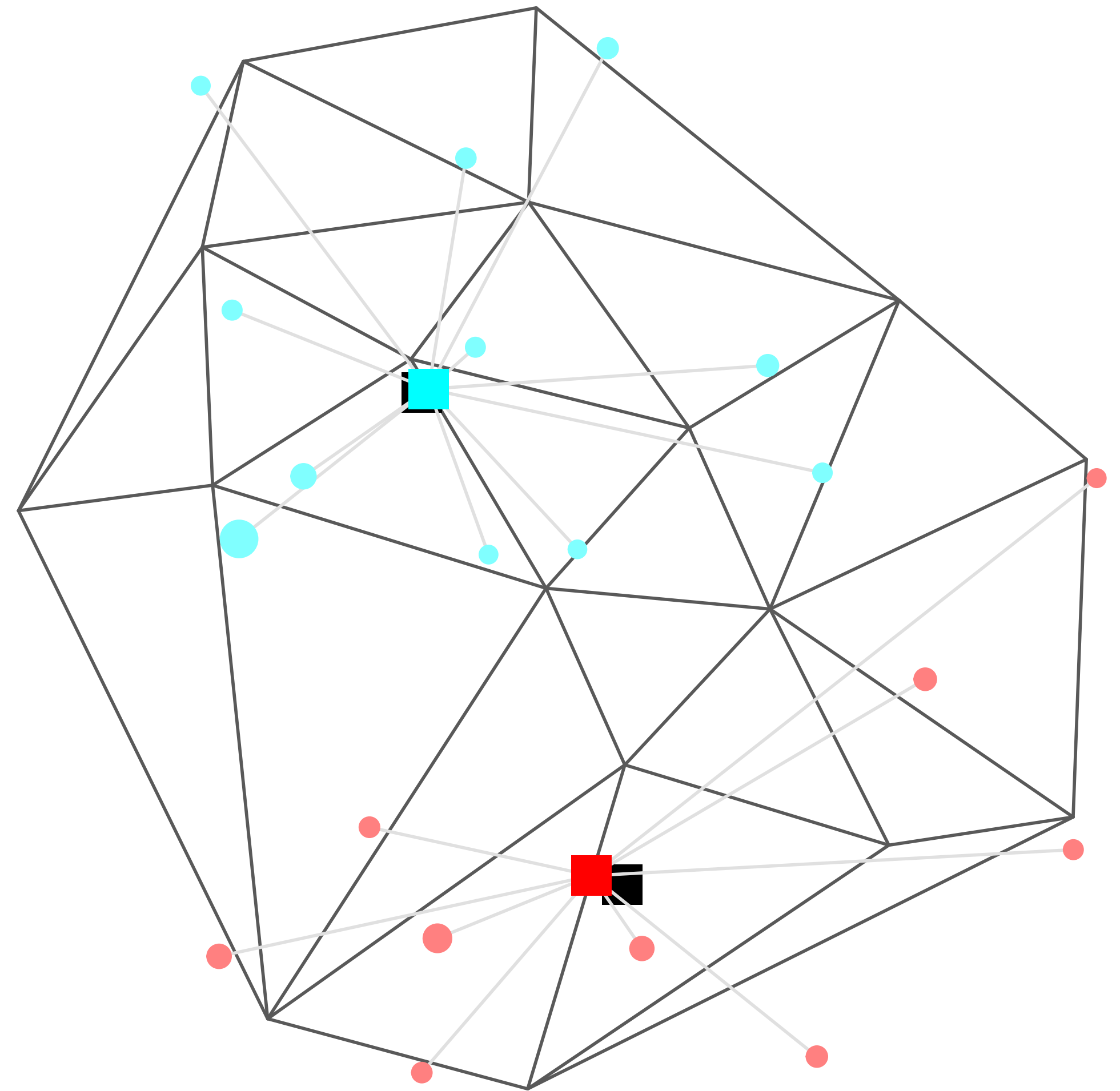


# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

```
for  $N \in \{10, 15, \dots, 45, 50\}$       # taškų skaičius  
  for  $M \in \{20, 30, \dots, 90, 100\}$   # tinklo briaunų skaičius  
    for  $K \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   # klasterių skaičius  
      solve_MIQCP_program_with_gurobi( $N, M, K$ )
```

- Rezultatai ne itin įspūdingi



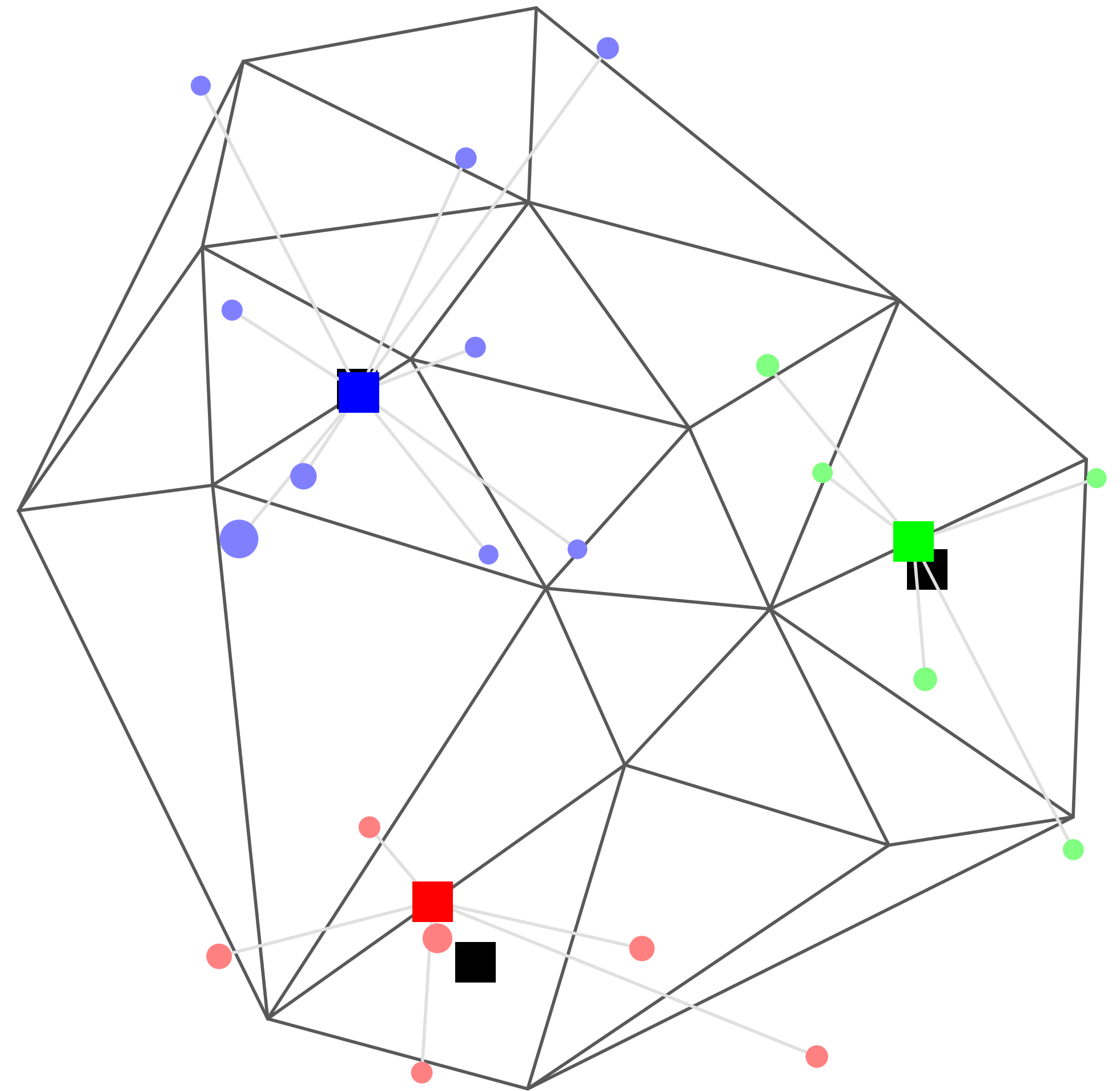


# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

```
for  $N \in \{10, 15, \dots, 45, 50\}$       # taškų skaičius  
  for  $M \in \{20, 30, \dots, 90, 100\}$   # tinklo briaunų skaičius  
    for  $K \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   # klasterių skaičius  
      solve_MIQCP_program_with_gurobi( $N, M, K$ )
```

- Rezultatai ne itin įspūdingi

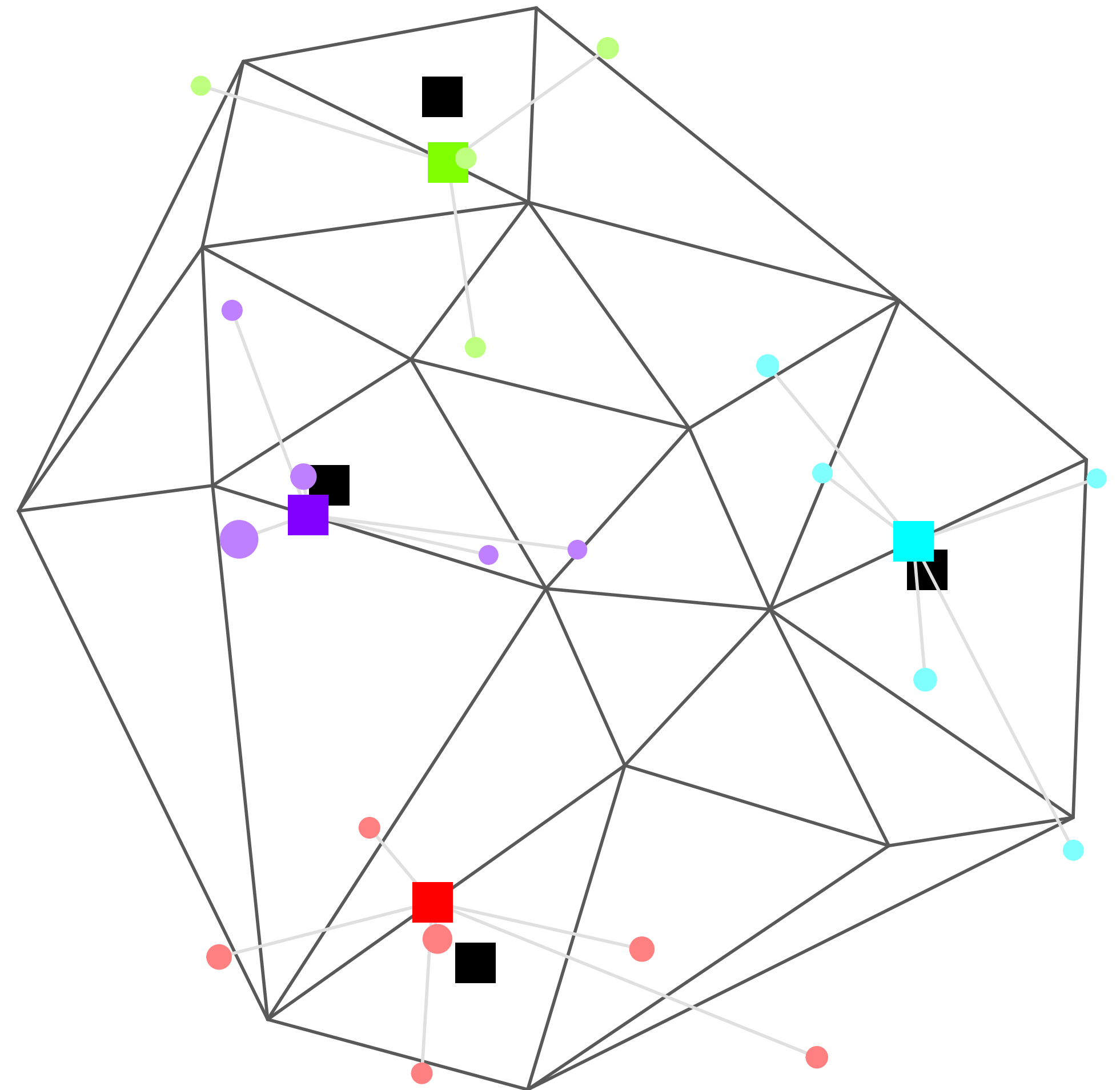


# Bandymai rasti globalų sprendinį su “gurobi” įrankiu

- Suformulavom uždavinį “gurobi” kalba
- Paleidom “kompiuterinį” eksperimentą:

```
for  $N \in \{10, 15, \dots, 45, 50\}$       # taškų skaičius  
  for  $M \in \{20, 30, \dots, 90, 100\}$   # tinklo briaunų skaičius  
    for  $K \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   # klasterių skaičius  
      solve_MIQCP_program_with_gurobi( $N, M, K$ )
```

- Rezultatai ne itin įspūdingi



# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį

# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

- $K$  - klasterių skaičius

# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

- $K$  - klasterių skaičius
- $N$  - (klasteriuojamų) taškų skaičius



# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

- $K$  - klasterių skaičius
- $N$  - (klasteriuojamų) taškų skaičius
- $M$  - tinklo sudėtingumas (segmentų skaičius tinkle)

# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

- $K$  - klasterių skaičius
- $N$  - (klasteriuojamų) taškų skaičius
- $M$  - tinklo sudėtingumas (segmentų skaičius tinkle)

$$T(K, N, M) \approx 2^{-c} \cdot 2^{\frac{19}{20}K} \cdot 2^{\frac{K \times N}{9}} \cdot 2^{\frac{M}{25}}, \quad c \approx 7.84$$

# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

- $K$  - klasterių skaičius
- $N$  - (klasteriuojamų) taškų skaičius
- $M$  - tinklo sudėtingumas (segmentų skaičius tinkle)

$$T(K, N, M) \approx 2^{-c} \cdot 2^{\frac{19}{20}K} \cdot 2^{\frac{K \times N}{9}} \cdot 2^{\frac{M}{25}}, \quad c \approx 7.84$$

- Nedidelis komentaras: jeigu tinklo ribojimo centrams nėra, laiko prognozės modelyje naudoti  $M = 0$

# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

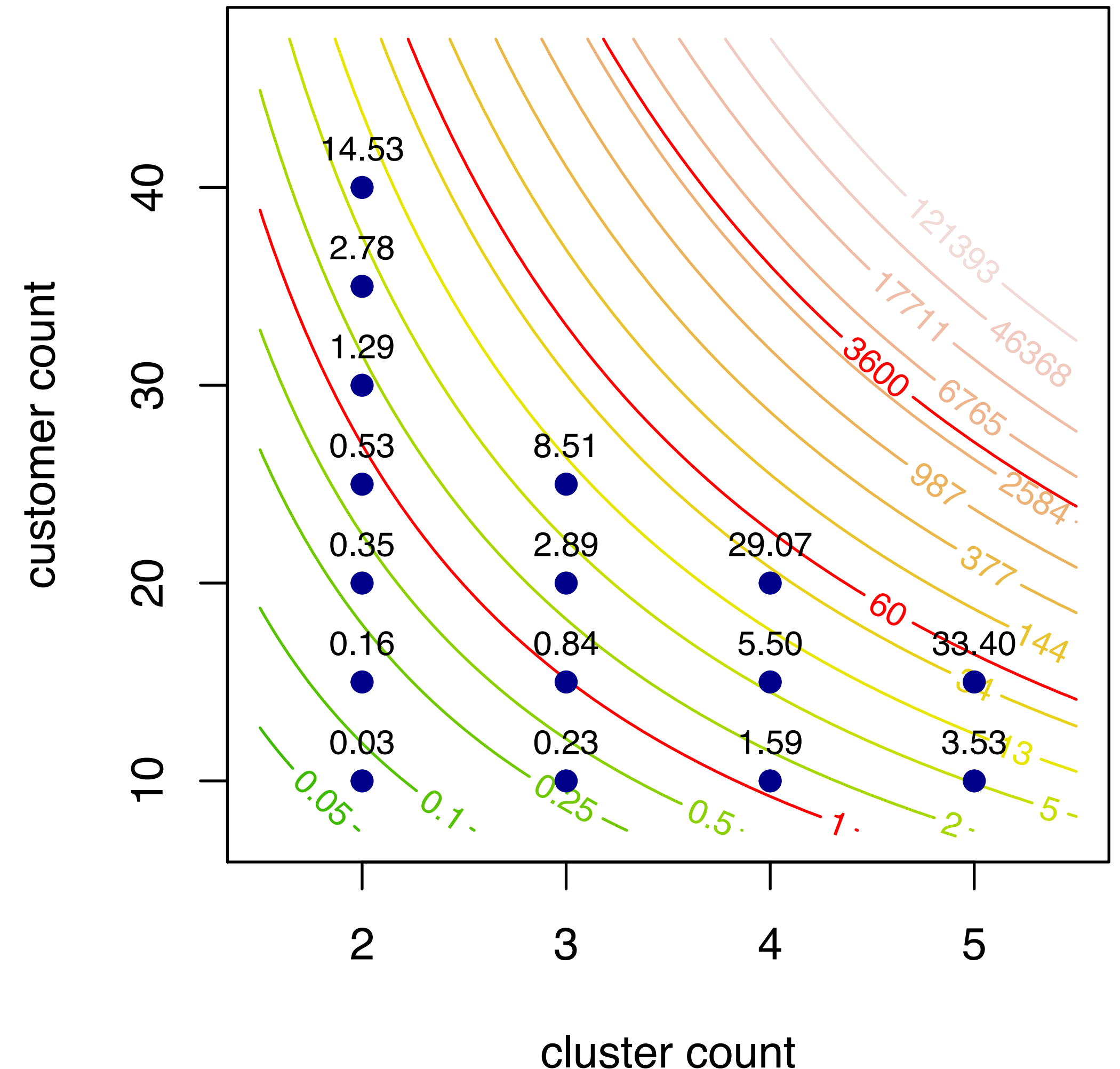
$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

- $K$  - klasterių skaičius
- $N$  - (klasteriuojamų) taškų skaičius
- $M$  - tinklo sudėtingumas (segmentų skaičius tinkle)

$$T(K, N, M) \approx 2^{-c} \cdot 2^{\frac{19}{20}K} \cdot 2^{\frac{K \times N}{9}} \cdot 2^{\frac{M}{25}}, \quad c \approx 7.84$$

- Nedidelis komentaras: jeigu tinklo ribojimo centrams nėra, laiko prognozės modelyje naudoti  $M = 0$

Estimated MIP solver time @ net\_size = 0



# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

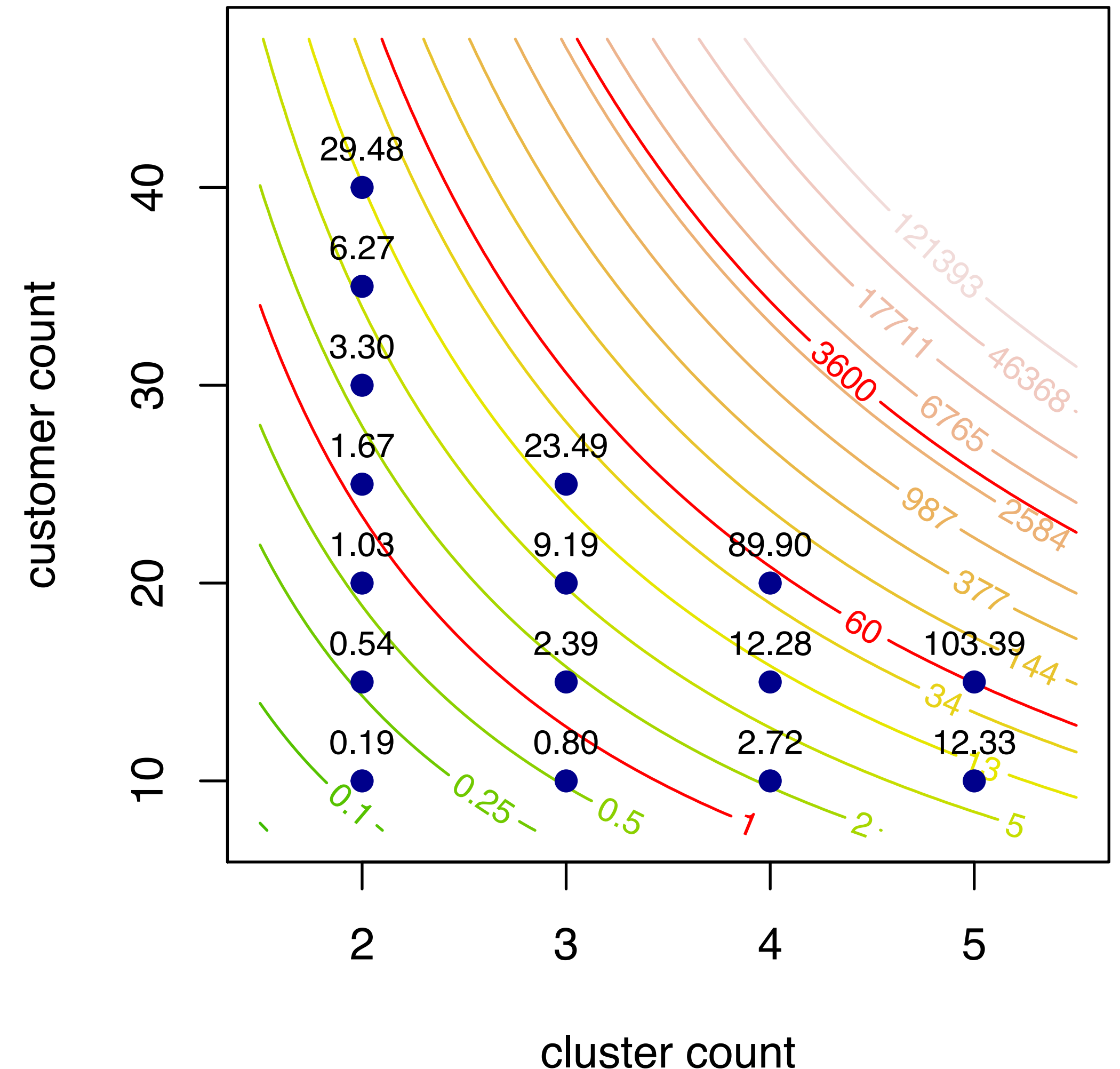
$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

- $K$  - klasterių skaičius
- $N$  - (klasteriuojamų) taškų skaičius
- $M$  - tinklo sudėtingumas (segmentų skaičius tinkle)

$$T(K, N, M) \approx 2^{-c} \cdot 2^{\frac{19}{20}K} \cdot 2^{\frac{K \times N}{9}} \cdot 2^{\frac{M}{25}}, \quad c \approx 7.84$$

- Nedidelis komentaras: jeigu tinklo ribojimo centrams nėra, laiko prognozės modelyje naudoti  $M = 0$

Estimated MIP solver time @ net\_size = 20



# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

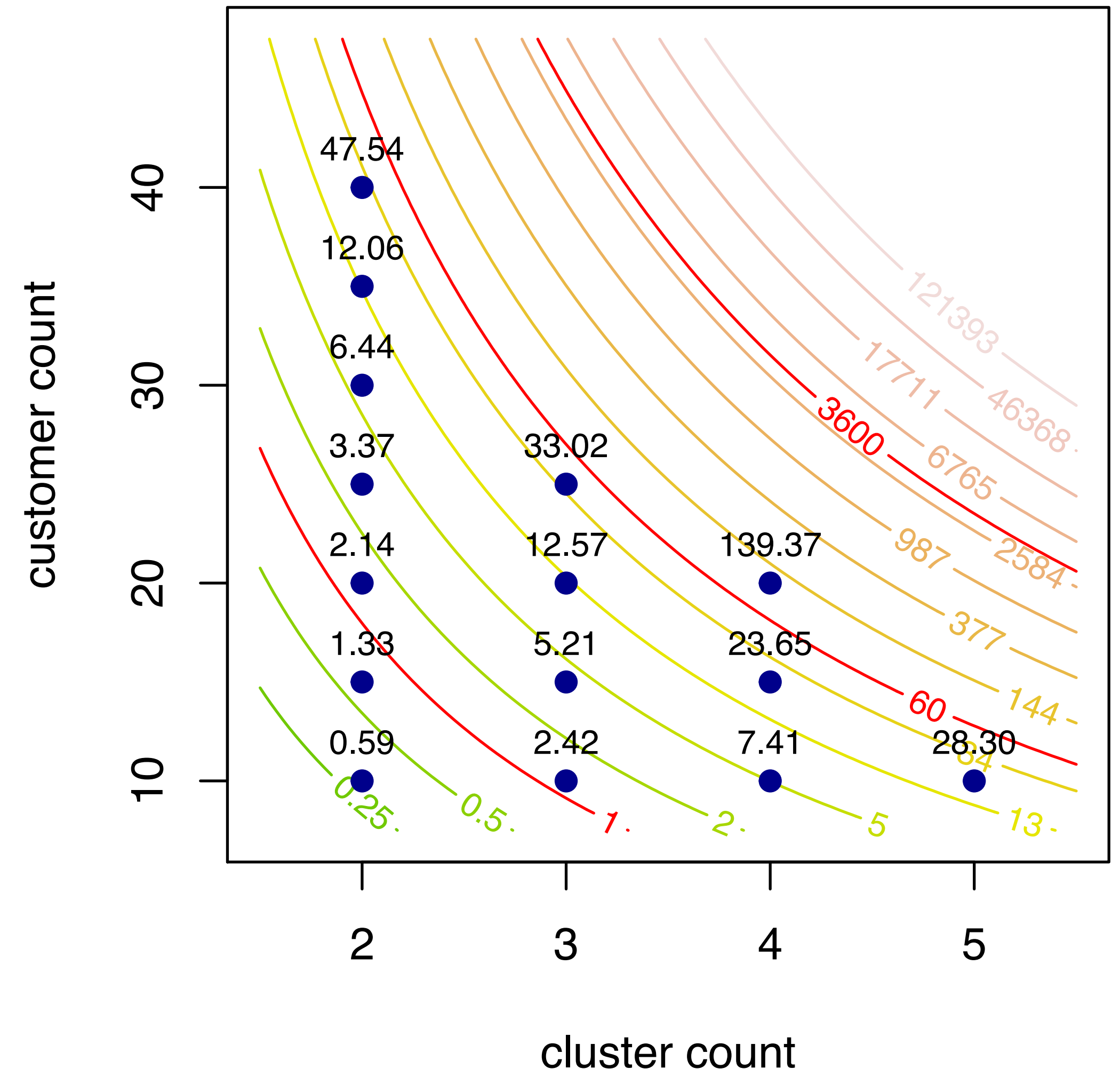
$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

- $K$  - klasterių skaičius
- $N$  - (klasteriuojamų) taškų skaičius
- $M$  - tinklo sudėtingumas (segmentų skaičius tinkle)

$$T(K, N, M) \approx 2^{-c} \cdot 2^{\frac{19}{20}K} \cdot 2^{\frac{K \times N}{9}} \cdot 2^{\frac{M}{25}}, \quad c \approx 7.84$$

- Nedidelis komentaras: jeigu tinklo ribojimo centrams nėra, laiko prognozės modelyje naudoti  $M = 0$

Estimated MIP solver time @ net\_size = 50



# Laiko modelis “gurobi” įrankiui

- Iš atlikto eksperimento laiko statistikos sudarėm modelį, kuris prognozuoja kiek “gurobis” užtruks išspręsti tam tikrą uždavinį
- Laiko modelis (sekundėmis) ir mažiausių kvadratų metodu įvertinti koeficientai:

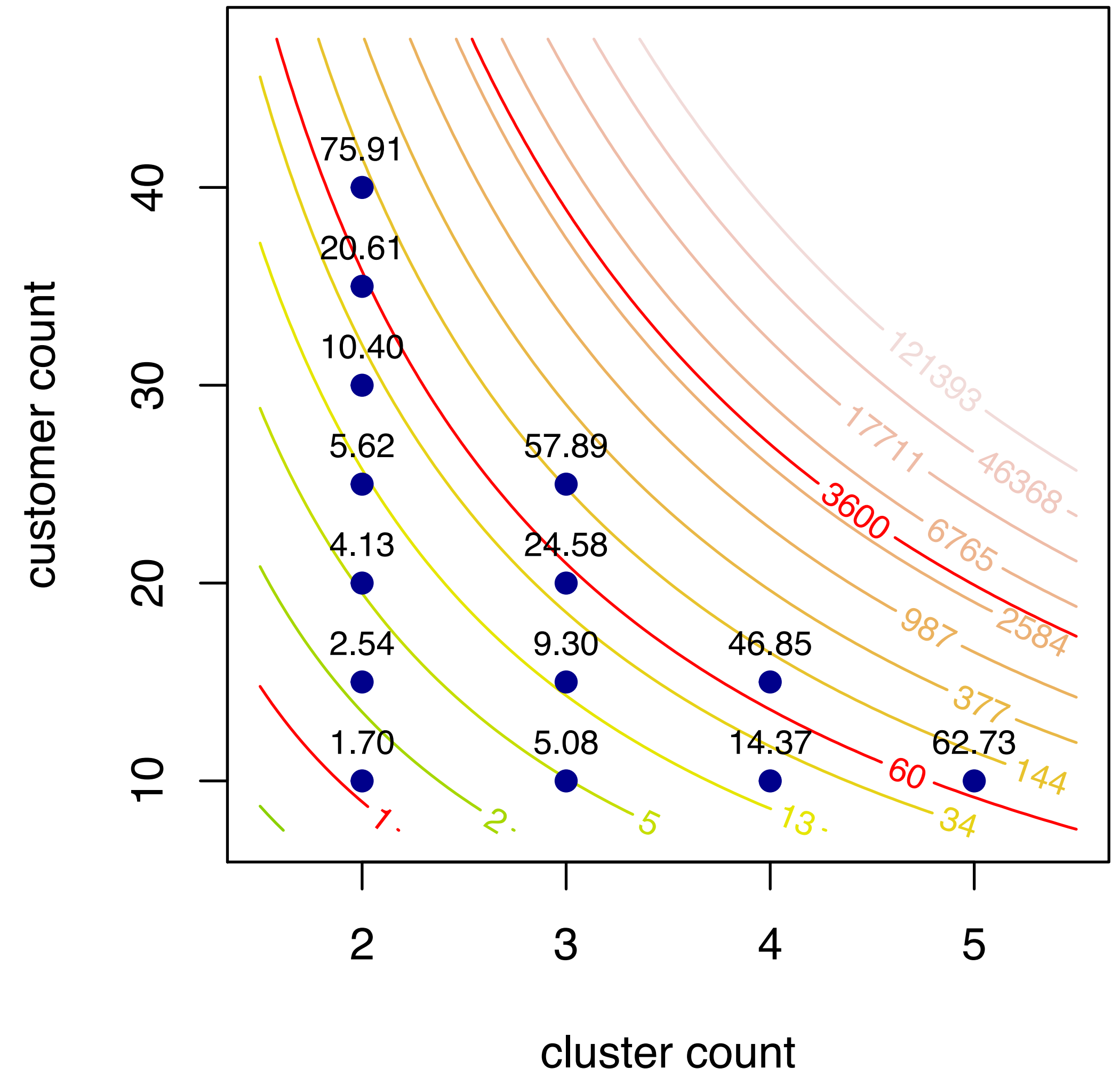
$$T(K, N, M) \approx 0.0044 \cdot 1.92^K \cdot 1.079^{K \times N} \cdot 1.028^M$$

- $K$  - klasterių skaičius
- $N$  - (klasteriuojamų) taškų skaičius
- $M$  - tinklo sudėtingumas (segmentų skaičius tinkle)

$$T(K, N, M) \approx 2^{-c} \cdot 2^{\frac{19}{20}K} \cdot 2^{\frac{K \times N}{9}} \cdot 2^{\frac{M}{25}}, \quad c \approx 7.84$$

- Nedidelis komentaras: jeigu tinklo ribojimo centrams nėra, laiko prognozės modelyje naudoti  $M = 0$

Estimated MIP solver time @ net\_size = 100



# Paskutinio mėnesio darbas



# Paskutinio mėnesio darbas

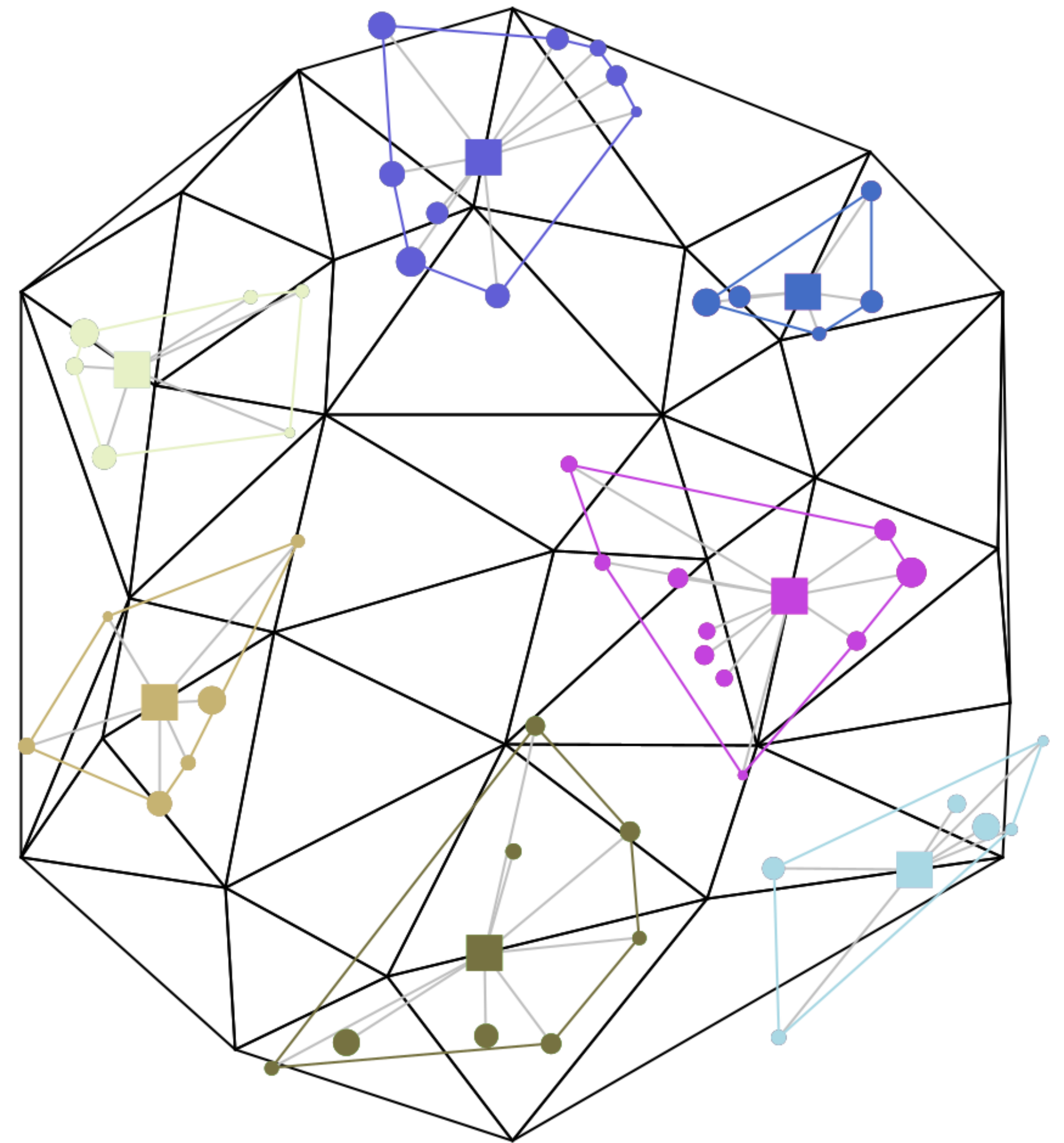
- Kadangi “gurobio” rezultatai nuvylė, pabandžiau suprogramuoti “protingos perrankos” algoritmą uždaviniui spręsti

# Paskutinio mėnesio darbas

- Kadangi “gurobio” rezultatai nuvylė, pabandžiau suprogramuoti “protingos perrankos” algoritmą uždaviniui spręsti
- Pavyko išspręsti uždavinį su 7 klasteriais ir 50 taškų.  
Algoritmo laikas:  $\approx 680$  s. Laiko modelis prognozuoja, kad “gurobis” šiam uždaviniui būtų “užtrukęs” daugiau nei 1000 metų...

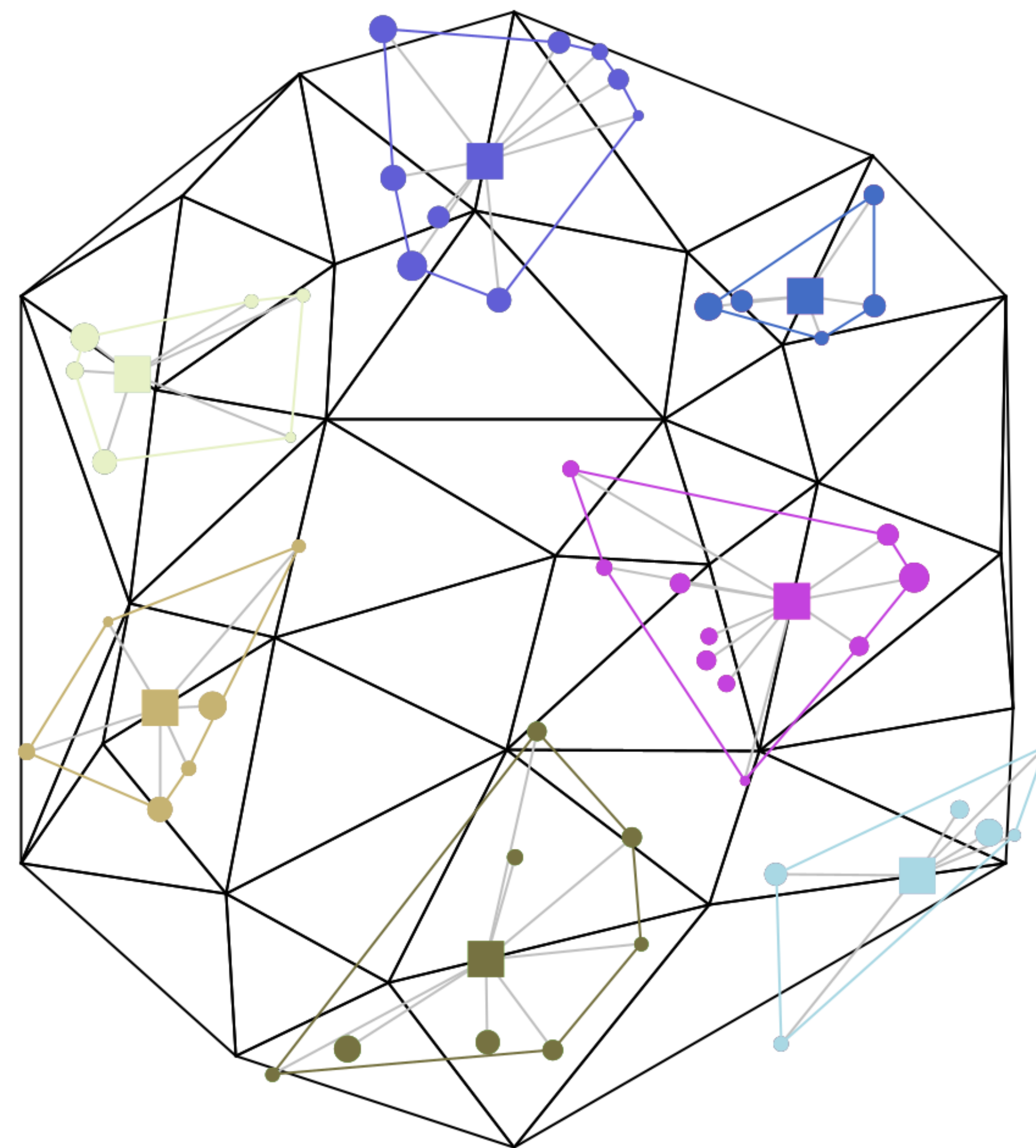
# Paskutinio mėnesio darbas

- Kadangi “gurobio” rezultatai nuvylė, pabandžiau suprogramuoti “protingos perrankos” algoritmą uždaviniui spręsti
- Pavyko išspręsti uždavinį su 7 klasteriais ir 50 taškų. Algoritmo laikas:  $\approx 680$  s. Laiko modelis prognozuoja, kad “gurobis” šiam uždaviniui būtų “užtrukęs” daugiau nei 1000 metų...



# Paskutinio mėnesio darbas

- Kadangi “gurobio” rezultatai nuvylė, pabandžiau suprogramuoti “protingos perrankos” algoritmą uždaviniui spręsti
- Pavyko išspręsti uždavinį su 7 klasteriais ir 50 taškų. Algoritmo laikas:  $\approx 680$  s. Laiko modelis prognozuoja, kad “gurobis” šiam uždaviniui būtų “užtrukęs” daugiau nei 1000 metų...
- Vis dėlto lyginant su neapribotu klasteriavimo uždaviniu, šis rezultatas nėra įspūdingas: neseniai išėjęs straipsnis išsprendžia uždavinį su daugiau nei 1000 taškų ir palyginti nedideliu klasterių skaičiumi ( $\leq 10$ )



# Ačiū už dėmesį!

