

Doktorantūros metinė ataskaita

2018 m. spalio mėn. 1 d. – 2019 m. rugsėjo mėn. 30 d.

Informatikos studijų programos doktorantas
Vytautas Dulskis

Vilniaus universiteto Duomenų mokslo ir skaitmeninių technologijų institutas

2019 m. spalio 30 d.

- **Disertacijos tema:**

Stochastinių dinaminių sistemų, stebimų su triukšmu, filtravimo, identifikavimo ir valdymo realiu laiku algoritmų sudarymas ir taikymas

- **Vadovas:**

Prof. habil. dr. Leonidas Sakalauskas

- **Doktorantūros pradžios ir pabaigos metai:**

2018 m. spalio mėn. 1 d. – 2022 m. rugsėjo mėn. 30 d.

- **Tyrimo objektas:**

- Stochastinės dinaminės sistemos, stebimos su triukšmu.

- **Tyrimo tikslas:**

- Sudaryti ir pritaikyti rekursyvinius algoritmus stochastinių dinaminių sistemų filtravimui, identifikavimui ir valdymui realiu laiku, esant adityviniam sistemų stebėjimo triukšmui.

● **Tyrimo uždaviniai:**

- Analitiškai apžvelgti su triukšmu stebimų stochastinių dinaminių sistemų filtravimo, identifikavimo ir valdymo realiu laiku uždavinių sprendimo metodus;
- Sudaryti rekursyvinius algoritmus tiesinių ir netiesinių stochastinių dinaminių sistemų, stebimų su triukšmu, filtravimui, identifikavimui ir valdymui realiu laiku;
- Sudarytus algoritmus iširti statistinio modeliavimo būdu, įrodyti jų konvergavimą ir palyginti su esamais algoritmais;
- Sudarytus algoritmus pritaikyti praktiniams uždaviniams spręsti.

● **Planuojami rezultatai:**

- Sudaryti korektiški ir konkurencingi rekursyviniai algoritmai, skirti stochastinių dinaminių sistemų, stebimų su triukšmu, filtravimui, identifikavimui ir valdymui realiu laiku;
- Sudarytų algoritmų pritaikymas 1) judančių objektų sekimui ir valdymui realiu laiku bei 2) sensorių ir stebėjimo kamerų duomenų, stebimų realiu laiku, apdorojimui.

2018/2019 m. m. darbo planas

- Išlaikyti egzaminą „*Informatikos ir informatikos inžinerijos tyrimo metodai ir metodika*“.
- Išklaudyti doktorantų bendrųjų gebėjimų kursus „*Įvadas į R*“, „*Darbas su LaTeX (Įvadas)*“ ir „*Akademinė etika*“.
- Atlikti mokslinių tyrimų disertacijos tema apžvalgą.
- Parengti vieną publikaciją.

2018/2019 m. m. atlikti darbai

- Išlaikytas dalyko „*Informatikos ir informatikos inžinerijos tyrimo metodai ir metodika*“ egzaminas.
- Išklaustyti doktorantų bendrųjų gebėjimų kursai „*Įvadas į R*“, „*Darbas su LaTeX (Įvadas)*“ ir „*Akademinė etika*“.
- Atlikta mokslinių tyrimų disertacijos tema apžvalga.

2018/2019 m. m. atlikti darbai

- Įteikta publikacija recenzavimui CA WoS žurnale „*The Journal of Mathematical Sociology*“. Pavadinimas: „*A Probabilistic Model of the Impact of Cultural Participation on Social Capital*“.
- Įteikta publikacija recenzavimui CA WoS žurnale „*SAGE Open*“. Pavadinimas: „*Systematic Overview of Relationships Between Cultural Participation and Social Capital*“.
- Išspausdintas straipsnis konferencijos „*IntelliSys*“ darbų rinkinyje „*Intelligent Systems and Applications. Proceedings of the 2019 Intelligent Systems Conference (IntelliSys) Volume 1*“. Pavadinimas: „*Agent-Based Simulation of Cultural Events Impact on Social Capital Dynamics*“.

2018/2019 m. m. atlikti darbai

- Padarytas pranešimas tarptautinėje EURO Mini konferencijoje „*Modelling and Simulation of Social-Behavioural Phenomena in Creative Societies*“ (MSBC-2019). Pavadinimas: „*Probabilistic Model Of Cultural Participation Impact On Social Capital*“.
- Dalyvavimas mokslininkų grupių projekte „*Kultūros procesų socialinio poveikio metrikos, konceptualaus bei imitacinio modelio kūrimas*“. Projekto registracijos numeris: P-MIP-17-368.

Rezultatai

- Sudarytas diskretaus laiko nepriklausomų normaliųjų atsitiktinių dydžių sumų proceso, stebimo su triukšmu, parametrų vertinimo algoritmas (pateikiama toliau einančiose skaidrėse).
- Sudarytas socialinės dinaminės sistemos kompiuterinio imitavimo algoritmas.

Nagrinėtas modelis

Diskretaus laiko nepriklausomų normaliųjų atsitiktinių dydžių sumų proceso, stebimo su triukšmu, modelis

Vykstantis procesas yra Y , o jo stebėjimo su triukšmu rezultatas – X :

$$\begin{aligned} Y_0 &= 0, & X_0 &= \nu_0, \\ Y_i &= Y_{i-1} + \epsilon_i, & X_i &= Y_i + \nu_i, \end{aligned}$$

$i = 1, \dots, n, n \in \mathbb{N}$. Čia ϵ_i yra nepriklausomi $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ atsitiktiniai dydžiai, o ν_0 ir ν_i – nepriklausomi $\mathcal{N}(0, \sigma_o^2)$ atsitiktiniai dydžiai.

Skirtumai tarp stebėjimų

Nežinomų dispersijų σ^2 ir σ_o^2 vertinimui naudojami stebėjimų skirtumai Z_k , kur $Z_k := X_{k+1} - X_k$, $k = 0, \dots, n-1$, $n \in \mathbb{N}$.

Z'tų kovariacija

Gauname

$$EZ_k = 0$$

ir

$$\text{Cov}(Z_k, Z_l) = E(Z_k Z_l) = \begin{cases} \sigma^2 + 2\sigma_o^2, & k = l \\ -\sigma_o^2, & |k - l| = 1, \\ 0, & |k - l| \geq 2 \end{cases}$$

čia $k, l = 0, \dots, n-1$, $n \in \mathbb{N}$.

Didžiausio tikėtinumo metodas

$$\mathcal{L}(\sigma^2, \sigma_o^2) = -\frac{1}{2} \left(\ln(|\Sigma|) + \mathbf{Z}^\top \Sigma^{-1} \mathbf{Z} + n \ln(2\pi) \right),$$

čia $\Sigma := [\text{Cov}(Z_k, Z_l); 0 \leq k, l \leq n-1]$ ir $\mathbf{Z} = (Z_0, Z_1, \dots, Z_{n-1})^\top$.

Kadangi

$$\arg \max_{\sigma^2, \sigma_o^2} \mathcal{L}(\sigma^2, \sigma_o^2) = \arg \min_{\sigma^2, \sigma_o^2} \left[\ln(|\Sigma|) + \mathbf{Z}^\top \Sigma^{-1} \mathbf{Z} \right],$$

tai, dėl paprastumo,

$$\mathcal{L}(\sigma^2, \sigma_o^2) = \ln(|\Sigma|) + \mathbf{Z}^\top \Sigma^{-1} \mathbf{Z}. \quad (0.1)$$

Parametrizacija

Įsivedami parametrai:

$$\begin{aligned} p &:= \sigma^2 + 2\sigma_o^2 + \sqrt{(\sigma^2 + 2\sigma_o^2)^2 - (2\sigma_o^2)^2}, \\ r &:= \sigma^2 + 2\sigma_o^2 - \sqrt{(\sigma^2 + 2\sigma_o^2)^2 - (2\sigma_o^2)^2}, \\ s &:= \ln\left(\frac{p}{r}\right). \end{aligned} \tag{0.2}$$

Atitinkama tikėtinumo funkcija (1)

$$L_n(s, r) = \ln \left(\frac{\sinh \left(s \frac{n+1}{2} \right)}{\sinh \left(s \frac{1}{2} \right)} \right) + \frac{n}{2} \left(s + 2 \ln \left(\frac{r}{2} \right) \right) + \frac{2}{r} \frac{\zeta_n^\top C_n(s) A_n B_n(s) \zeta_n}{\sinh \left(s \frac{n+1}{2} \right) \sinh \left(s \frac{1}{2} \right) e^{\frac{s}{2}}}, \quad (0.3)$$

čia

$$\zeta_n = (Z_0, Z_1, \dots, Z_{n-1})^\top,$$
$$A_n = \begin{bmatrix} \begin{cases} 2, & i > j \\ 1, & i = j \\ 0, & i < j \end{cases} ; 0 \leq i, j \leq n-1 \end{bmatrix},$$

Atitinkama tikėtinumo funkcija (2)

$$B_n(s) = \left[\begin{cases} \sinh\left(s^{\frac{i+1}{2}}\right), & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} ; 0 \leq i, j \leq n-1 \right],$$
$$C_n(s) = \left[\begin{cases} \sinh\left(s^{\frac{n-i}{2}}\right), & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} ; 0 \leq i, j \leq n-1 \right].$$

Parametras r

Iš lygties $(L_n(s, r))'_r = 0$ randamas parametras r :

$$r_n(s) = 2e^{-\frac{s}{2}} h_n(s), \quad (0.4)$$

čia

$$h_n(s) = \frac{\zeta_n^\top C_n(s) A_n B_n(s) \zeta_n}{n \sinh\left(s \frac{n+1}{2}\right) \sinh\left(s \frac{1}{2}\right)}.$$

Vieno kintamojo tikėtinumo funkcija

Gautąją r išraišką įstačius į (0.3), toliau dirbama su vieno kintamojo funkcija $\tilde{L}_n(s)$:

$$\tilde{L}_n(s) = \ln \left(\frac{\sinh \left(s \frac{n+1}{2} \right)}{\sinh \left(s \frac{1}{2} \right)} \right) + n (1 + \ln h_n(s)). \quad (0.5)$$

$h_n(s)$ išraiška

$$h_n(s) = \frac{1}{n} \left(\frac{b_{n-1}(s)}{\sinh(s\frac{1}{2})} \left(1 + \frac{\sinh(s\frac{n-1}{2})}{\sinh(s\frac{n+1}{2})} \right) - \frac{b_{n-2}(s)}{\sinh(s\frac{1}{2})} \left(\frac{\sinh(s\frac{n-1}{2})}{\sinh(s\frac{n+1}{2})} \right) + \frac{\sinh(s\frac{n}{2})}{\sinh(s\frac{n+1}{2})} (2Z_{n-1}c_{n-1}(s) + Z_{n-1}^2) \right),$$

čia

$$b_n(s) = \frac{\zeta_n^\top C_n(s) A_n B_n(s) \zeta_n}{\sinh(s\frac{n+1}{2})}, \quad (0.6)$$

$$c_n(s) = \frac{\zeta_n^\top \text{diag}(B_n(s))}{\sinh(s\frac{n+1}{2})}. \quad (0.7)$$

Galutinė tikėtinumo funkcija (1)

$$\bar{L}_n(s; v) \approx \frac{1}{n} \ln \left(\frac{1 - e^{-s(n+1)}}{1 - e^{-s}} \right) + \frac{s}{2} + 1 + \ln h_n(s; v), \quad (0.8)$$

čia

$$\begin{aligned} h_n(s; v) \approx & \frac{\bar{b}_{n-1}(v) + (s-v)\bar{b}'_{n-1}(v)}{\sinh(s\frac{1}{2})} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 + e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}}\right) \\ & - \frac{\bar{b}_{n-2}(v) + (s-v)\bar{b}'_{n-2}(v)}{\sinh(s\frac{1}{2})} \left(1 - \frac{2}{n}\right) e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \\ & + \frac{1}{n} e^{-\frac{s}{2}} \frac{1 - e^{-sn}}{1 - e^{-s(n+1)}} (2Z_{n-1} (c_{n-1}(v) + (s-v)c'_{n-1}(v)) + Z_{n-1}^2) \end{aligned}$$

Galutinė tikėtinumo funkcija (2)

$$\text{kur } \bar{b}_n(v) = \frac{b_n(v)}{n}, \bar{b}'_n(v) = \frac{b'_n(v)}{n},$$

$$b'_n(v) = \frac{\zeta_n^\top C'_n(v) A_n B_n(v) \zeta_n + \zeta_n^\top C_n(v) A_n B'_n(v) \zeta_n}{\sinh\left(v \frac{n+1}{2}\right)} - \frac{\frac{n+1}{2} (\zeta_n^\top C_n(v) A_n B_n(v) \zeta_n) \cosh\left(v \frac{n+1}{2}\right)}{\sinh^2\left(v \frac{n+1}{2}\right)}, \quad (0.9)$$

$$c'_n(v) = \frac{\zeta_n^\top \text{diag}(B'_n(v))}{\sinh\left(v \frac{n+1}{2}\right)} - \frac{\frac{n+1}{2} \zeta_n^\top \text{diag}(B_n(v)) \cosh\left(v \frac{n+1}{2}\right)}{\sinh^2\left(v \frac{n+1}{2}\right)}, \quad (0.10)$$

Galutinė tikėtinumo funkcija (3)

$$B'_n(v) = \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \cosh \left(v \frac{i+1}{2} \right) \frac{i+1}{2}, \quad i = j \\ 0, \quad i \neq j \end{array} \right. ; 0 \leq i, j \leq n-1 \end{array} \right],$$
$$C'_n(v) = \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \cosh \left(v \frac{n-i}{2} \right) \frac{n-1}{2}, \quad i = j \\ 0, \quad i \neq j \end{array} \right. ; 0 \leq i, j \leq n-1 \end{array} \right].$$

Galutinė tikėtinumo funkcija (4)

$$\begin{aligned}\hat{L}_n &= \frac{1}{n} \ln \left(\frac{1 - e^{-s(n+1)}}{1 - e^{-s}} \right) + \frac{s}{2} + 1 \\ &+ \ln \left(\frac{b_1 + (s - v)b'_1}{\sinh(s\frac{1}{2})} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 + e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}}\right) \right. \\ &- \frac{b_2 + (s - v)b'_2}{\sinh(s\frac{1}{2})} \left(1 - \frac{2}{n}\right) e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \\ &\left. + \frac{1}{n} e^{-\frac{s}{2}} \frac{1 - e^{-sn}}{1 - e^{-s(n+1)}} (2Z_{n-1} (c_1 + (s - v)c'_1) + Z_{n-1}^2) \right),\end{aligned}\tag{0.11}$$

čia $\hat{L}_n := \hat{L}_n(s, v, b_1, b'_1, b_2, b'_2, c_1, c'_1)$.

Rekursyvinės \bar{b} , \bar{b}' , c ir c' išraiškos (1)

$$c_n(s) = (c_{n-1}(s) + Z_{n-1}) e^{-\frac{s}{2}} \frac{1 - e^{-sn}}{1 - e^{-s(n+1)}}; \quad (0.12)$$

$$c'_n(s) = n d_n(s) - \frac{n+1}{2} \frac{1 + e^{-s(n+1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} c_n(s), \quad (0.13)$$

čia

$$d_n(s) = \frac{\zeta_n^\top \text{diag}(B'_n(s))}{\sinh\left(s \frac{n+1}{2}\right)} \quad (0.14)$$

ir

$$d_n(s) = d_{n-1}(s) \left(1 - \frac{1}{n}\right) e^{-\frac{s}{2}} \frac{1 - e^{-sn}}{1 - e^{-s(n+1)}} + \frac{Z_{n-1}}{2} e^{-\frac{s}{2}} \frac{1 + e^{-sn}}{1 - e^{-s(n+1)}} \quad (0.15)$$

Rekursyvinės \bar{b} , \bar{b}' , c ir c' išraiškos (2)

$$\begin{aligned}\bar{b}_n(s) = & \bar{b}_{n-1}(s) \left(1 + e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \right) - \bar{b}_{n-2}(s) e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \\ & + \frac{1}{n} \left(\sinh \left(s \frac{1}{2} \right) e^{-\frac{s}{2}} \frac{1 - e^{-sn}}{1 - e^{-s(n+1)}} (2Z_{n-1}c_{n-1}(s) + Z_{n-1}^2) \right. \\ & \left. - \bar{b}_{n-1}(s) \left(1 + e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \right) + 2\bar{b}_{n-2}(s) e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \right); \quad (0.16)\end{aligned}$$

Rekursyvinės \bar{b} , \bar{b}' , c ir c' išraiškos (3)

$$\begin{aligned}
 \bar{b}'_n(s) = & \bar{b}'_{n-1}(s) \left(1 + e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \right) - \bar{b}'_{n-2}(s) e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \\
 & - (\bar{b}_{n-1}(s) - \bar{b}_{n-2}(s)) e^{-s} \frac{1 - e^{-2sn} - ne^{-sn} (e^s - e^{-s})}{1 - 2e^{-s(n+1)} + e^{-2s(n+1)}} \\
 & + \frac{1}{n} \left(e^{-s} \frac{1 - 2e^{-sn} + e^{-2sn} + ne^{-sn} (e^s - 2 + e^{-s})}{2(1 - 2e^{-s(n+1)} + e^{-2s(n+1)})} \right) (2Z_{n-1}c_{n-1}(s) + Z_{n-1}^2) \\
 & + 2Z_{n-1} \sinh \left(s \frac{1}{2} \right) e^{-\frac{s}{2}} \frac{1 - e^{-sn}}{1 - e^{-s(n+1)}} \left(d_{n-1}(s)(n-1) - \frac{n}{2} c_{n-1}(s) \frac{1 + e^{-sn}}{1 - e^{-sn}} \right) \\
 & - \bar{b}'_{n-1}(s) \left(1 + e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \right) + 2\bar{b}'_{n-2}(s) e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \\
 & + (\bar{b}_{n-1}(s) - 2\bar{b}_{n-2}(s)) e^{-s} \frac{1 - e^{-2sn} - ne^{-sn} (e^s - e^{-s})}{1 - 2e^{-s(n+1)} + e^{-2s(n+1)}}.
 \end{aligned} \tag{0.17}$$

Modelio dispersijų σ^2 ir σ_o^2 vertinimo algoritmas (1)

Įvestis. σ_{pr}^2 ir $\sigma_{o,pr}^2$ – spėjamos pradinės nežinomų modelio triukšmo dispersijų σ^2 ir σ_o^2 reikšmės; n_{pr} – imties tūris, kurį naudojant pradedami skaičiuoti σ^2 ir σ_o^2 įverčiai; n_{pb} – imties tūris, iki kurio vyksta σ^2 ir σ_o^2 įverčių skaičiavimas.

Išvestis. Modelio triukšmo dispersijų σ^2 ir σ_o^2 įverčiai prie skirtingų imties tūrių n .

1 žingsnis. Į (0.2) įstatomi σ_{pr}^2 bei $\sigma_{o,pr}^2$ ir randamas s_{pr} .

Modelio dispersijų σ^2 ir σ_0^2 vertinimo algoritmas (2)

2 žingsnis. Naudojant (0.6)–(0.7), (0.9)–(0.10) bei (0.14), apskaičiuojami dydžiai $b_1 = \bar{b}_{n_{pr}-1}(s_{pr})$, $b_2 = \bar{b}_{n_{pr}-2}(s_{pr})$, $b'_1 = \bar{b}'_{n_{pr}-1}(s_{pr})$,
 $b'_2 = \bar{b}'_{n_{pr}-2}(s_{pr})$, $c_1 = c_{n_{pr}-1}(s_{pr})$, $d_1 = d_{n_{pr}-1}(s_{pr})$, $c'_1 = c'_{n_{pr}-1}(s_{pr})$.

Modelio dispersijų σ^2 ir σ_o^2 vertinimo algoritmas (3)

3 žingsnis. Randamas $s_{n_{pr}}$:

$s_{n_{pr}} = \underset{s}{\text{minimize}} \hat{L}_{n_{pr}}(s, s_{pr}, b_1, b'_1, b_2, b'_2, c_1, c'_1)$ (žr. (0.11)); pasinaudojant funkcija

$$\begin{aligned} \hat{r}_n(s, b_1, b_2, c_1) = & 2e^{-\frac{s}{2}} \left(\frac{b_1}{\sinh\left(s\frac{1}{2}\right)} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 + e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}}\right) \right. \\ & - \frac{b_2}{\sinh\left(s\frac{1}{2}\right)} \left(1 - \frac{2}{n}\right) e^{-s} \frac{1 - e^{-s(n-1)}}{1 - e^{-s(n+1)}} \\ & \left. + \frac{1}{n} e^{-\frac{s}{2}} \frac{1 - e^{-sn}}{1 - e^{-s(n+1)}} (2Z_{n-1}c_1 + Z_{n-1}^2) \right), \end{aligned} \quad (0.18)$$

randamas $r_{n_{pr}}$: $r_{n_{pr}} = \hat{r}_{n_{pr}}(s_{n_{pr}}, b_1, b_2, c_1)$; iš $s_{n_{pr}}$, $r_{n_{pr}}$ ir (0.2) lygčių randami $\sigma_{n_{pr}}^2$ ir $\sigma_{o, n_{pr}}^2$.

Modelio dispersijų σ^2 ir σ_o^2 vertinimo algoritmas (4)

4 žingsnis. Įsivedamas indeksas i : $i = n_{pr}$.

5 žingsnis. Naudojant dydžius $b_1, b_2, b'_1, b'_2, c_1, d_1$ ir c'_1 bei (0.12) – (0.13) ir (0.15) – (0.17) sąryšius, apskaičiuojami dydžiai $c_0 = c_i(s_i)$, $d_0 = d_i(s_i)$, $c'_0 = c'_i(s_i)$, $b_0 = \bar{b}_i(s_i)$, $b'_0 = \bar{b}'_i(s_i)$.

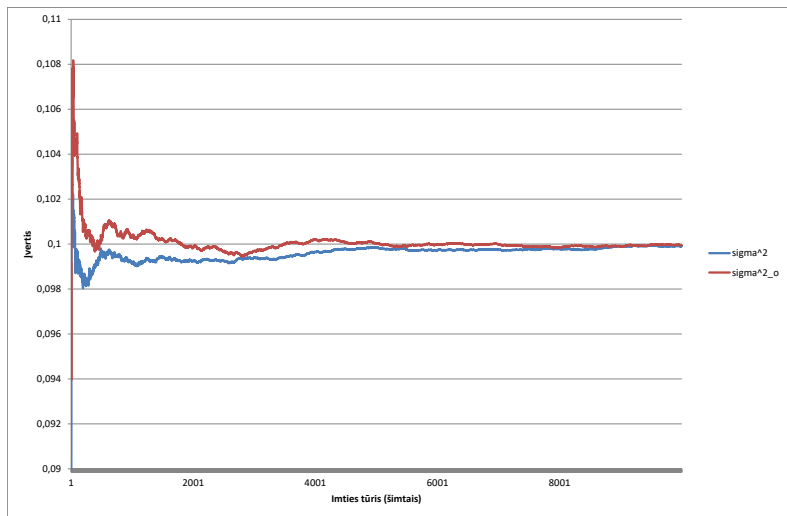
6 žingsnis. Atliekami priskyrimai: $b_2 = b_1, b_1 = b_0, b'_2 = b'_1, b'_1 = b'_0, c_1 = c_0, d_1 = d_0, c'_1 = c'_0$.

7 žingsnis. Analogiškai kaip ir 3-jame žingsnyje, apskaičiuojami $s_{i+1}, r_{i+1}, \sigma_{i+1}^2$ ir $\sigma_{o,i+1}^2$ (vietoj s_{pr} įstatomas s_i).

8 žingsnis. Atnaujinamas indeksas i : $i = i + 1$.

9 žingsnis. Tikrinama sąlyga: jei $i < n_{pb}$, grįžtama į 5-ąjį žingsnį; priešingu atveju – stop.

Algoritmo veikimo pavyzdys



2019/2020 m. m. darbo planas

- Išlaikyti egzaminą „*Fundamentalieji informatikos ir informatikos inžinerijos metodai*“.
- Išklaustyti doktorantų bendrųjų gebėjimų kursą „*Mokslinė informacija: paieška, mokslometrija, duomenų talpyklos*“.
- Vykdyti mokslinį tyrimą:
 - Sudaryti tyrimo metodiką;
 - Atlikti teorinį tyrimą.
- Sudalyvauti tarptautinėje mokslinėje konferencijoje.